

2024 年广州市初中学业水平考试·数学

学校：_____ 班级：_____ 姓名：_____

全卷总分：60 分 考试时间：60 分钟

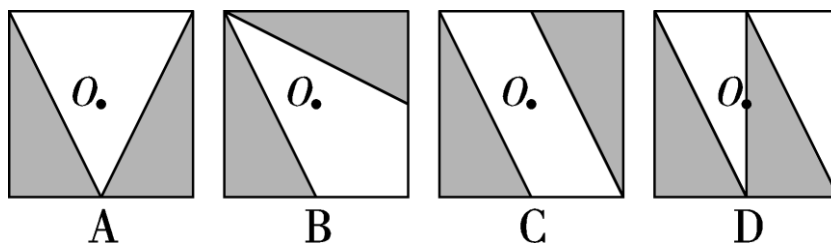
第一部分 选择题(共 30 分)

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. 四个数 -10 ， -1 ， 0 ， 10 中，最小的数是()。

A. -10 B. -1 C. 0 D. 10

2. 下列图案中，点 O 为正方形的中心，阴影部分的两个三角形全等，则阴影部分的两个三角形关于点 O 对称的是()。



3. 若 $a \neq 0$ ，则下列运算正确的是()。

A. $\frac{a}{2} + \frac{a}{3} = \frac{a}{5}$

B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$

C. $\frac{2}{a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{6}{a}$

D. $a^3 \div a^2 = 1$

4. 若 $a < b$ ，则()

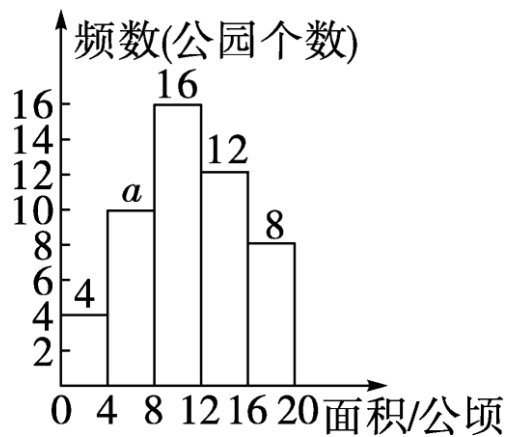
A. $a+3 > b+3$

B. $a-2 > b-2$

C. $-a < -b$

D. $2a < 2b$

5. 为了解公园用地面积 x (单位：公顷)的基本情况，某地随机调查了本地 50 个公园的用地面积，按照 $0 < x \leq 4$ ， $4 < x \leq 8$ ， $8 < x \leq 12$ ， $12 < x \leq 16$ ， $16 < x \leq 20$ 的分组绘制了如图所示的频数分布直方图，下列说法正确的是()。



A. a 的值为 20

B. 用地面积在 $8 < x \le 12$ 这一组的公园个数最多

C. 用地面积在 $4 < x \le 8$ 这一组的公园个数最少

D. 这 50 个公园中有一半以上的公园用地面积超过 12 公顷

6. 某新能源车企今年 5 月交付新车 35060 辆，且今年 5 月交付新车的数量比去年 5 月交付的新车数量的 1.2 倍还多 1100 辆。设该车企去年 5 月交付新车 x 辆，根据题意，可列方程为()

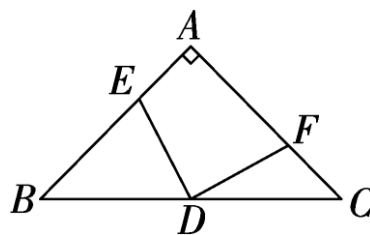
A. $1.2x + 1100 = 35060$

B. $1.2x - 1100 = 35060$

C. $1.2(x + 1100) = 35060$

D. $x - 1100 = 35060 \times 1.2$

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ， $AB = AC = 6$ ， D 为边 BC 的中点，点 E ， F 分别在边 AB ， AC 上， $AE = CF$ ，则四边形 $AEDF$ 的面积为()。



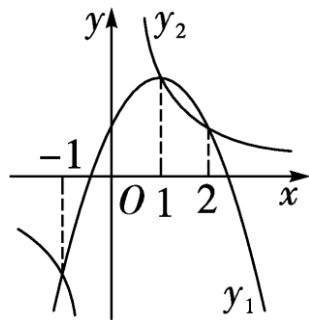
A. 18

B. $9\sqrt{2}$

C. 9

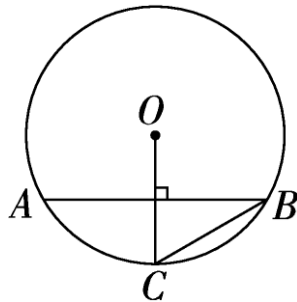
D. $6\sqrt{2}$

8. 函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与 $y_2 = \frac{k}{x}$ 的图象如图所示，当()时， y_1 ， y_2 均随着 x 的增大而减小。



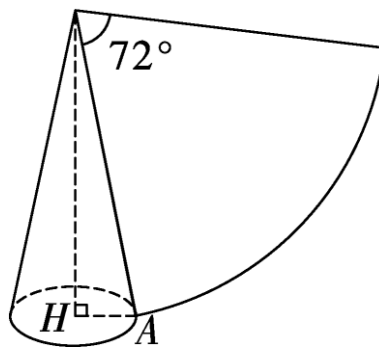
- A. $x < -1$ B. $-1 < x < 0$ C. $0 < x < 2$ D. $x > 1$

9. 如图， $\odot O$ 中，弦 AB 的长为 $4\sqrt{3}$ ，点 C 在 $\odot O$ 上， $OC \perp AB$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ 。 $\odot O$ 所在的平面内有一点 P ，若 $OP = 5$ ，则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是()。



- A. 点 P 在 $\odot O$ 上 B. 点 P 在 $\odot O$ 内 C. 点 P 在 $\odot O$ 外 D. 无法确定

10. 如图，圆锥的侧面展开图是一个圆心角为 72° 的扇形，若扇形的半径 l 是 5，则该圆锥的体积是()。

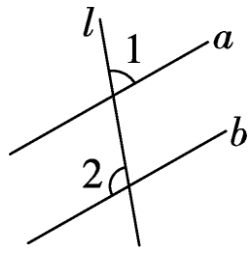


- A. $\frac{3\sqrt{11}}{8}\pi$ B. $\frac{\sqrt{11}}{8}\pi$
 C. $2\sqrt{6}\pi$ D. $\frac{2\sqrt{6}}{3}\pi$

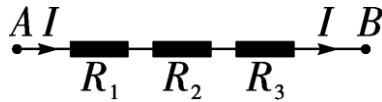
第二部分 非选择题 (共 90 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分.)

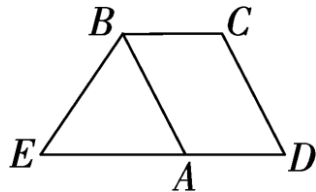
11. 如图，直线 l 分别与直线 a ， b 相交， $a \parallel b$ ，若 $\angle 1 = 71^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为_____。



12. 如图, 把 R_1, R_2, R_3 三个电阻串联起来, 线路 AB 上的电流为 I , 电压为 U , 则 $U=IR_1+IR_2+IR_3$. 当 $R_1=20.3, R_2=31.9, R_3=47.8, I=2.2$ 时, U 的值为 _____.



13. 如图, $\square ABCD$ 中, $BC=2$, 点 E 在 DA 的延长线上, $BE=3$, 若 BA 平分 $\angle EBC$, 则 $DE=$ _____.



14. 若 $a^2-2a-5=0$, 则 $2a^2-4a+1=$ _____.

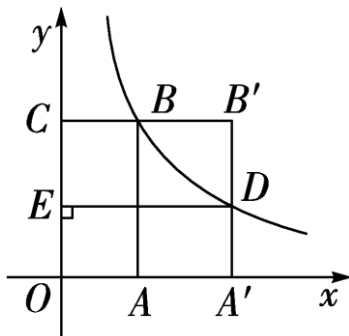
15. 定义新运算: $a \otimes b = \begin{cases} a^2-b, & (a \leq 0) \\ -a+b, & (a > 0) \end{cases}$, 例如: $-2 \otimes 4 = (-2)^2 - 4 = 0, 2 \otimes 3 = -2 + 3 = 1$.

若 $x \otimes 1 = -\frac{3}{4}$, 则 x 的值为 _____.

16. 如图, 平面直角坐标系 xOy 中, 矩形 $OABC$ 的顶点 B 在函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象上, $A(1, 0), C(0, 2)$. 将线段 AB 沿 x 轴正方向平移得线段 $A'B'$ (点 A 平移后的对应点为 A'), $A'B'$ 交函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象于点 D , 过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E , 则下列结论:

- ① $k=2$;
- ② $\triangle OBD$ 的面积等于四边形 $ABDA'$ 的面积;
- ③ $A'E$ 的最小值是 $\sqrt{2}$;
- ④ $\angle B'BD = \angle BB'O$.

其中正确的结论有 _____ . (填写所有正确结论的序号)

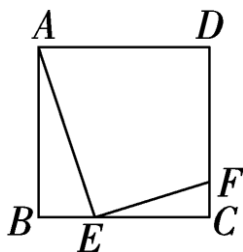


三、解答题(本大题共 9 小题, 满分 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 解方程: $\frac{1}{2x-5} = \frac{3}{x}$.

18. 如图, 点 E, F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 BC, CD 上, $BE=3, EC=6, CF=2$.

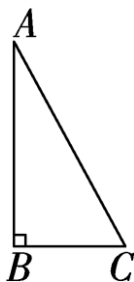
求证: $\triangle ABE \sim \triangle ECF$.



19. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B=90^\circ$.

(1)尺规作图: 作 AC 边上的中线 BO (保留作图痕迹, 不写作法);

(2)在(1)所作的图中, 将中线 BO 绕点 O 逆时针旋转 180° 得到 DO , 连接 AD, CD . 求证: 四边形 $ABCD$ 是矩形.



20. 关于 x 的方程 $x^2 - 2x + 4 - m = 0$ 有两个不等的实数根.

(1)求 m 的取值范围;

(2)化简: $\frac{1-m^2}{|m-3|} \div \frac{m-1}{2} \cdot \frac{m-3}{m+1}$.

21. 善于提问是应用人工智能解决问题的重要因素之一. 为了解同学们的提问水平, 对 A, B 两组同学进行问卷调查, 并根据结果对每名同学的提问水平进行评分, 得分情况如下(单位: 分):

A 组	75	78	82	82	84	86	87	88	93	95
-----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

B组	75	77	80	83	85	86	88	88	92	96
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

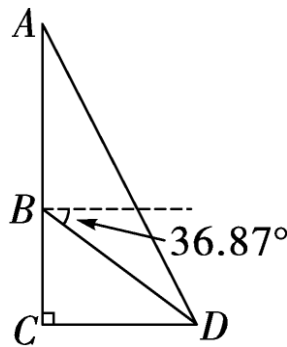
(1)求 A 组同学得分的中位数和众数;

(2)现从 A, B 两组得分超过 90 分的 4 名同学中随机抽取 2 名同学参与访谈, 求这 2 名同学恰好来自同一组的概率.

22. 2024 年 6 月 2 日, 嫦娥六号着陆器和上升器组合体(简称为“着上组合体”)成功着陆在月球背面. 某校综合实践小组制作了一个“着上组合体”的模拟装置, 在一次试验中, 如图, 该模拟装置在缓速下降阶段从 A 点垂直下降到 B 点, 再垂直下降到着陆点 C, 从 B 点测得地面 D 点的俯角为 36.87° , $AD=17$ 米, $BD=10$ 米. (参考数据: $\sin 36.87^\circ \approx 0.60$, $\cos 36.87^\circ \approx 0.80$, $\tan 36.87^\circ \approx 0.75$.)

(1)求 CD 的长;

(2)若模拟装置从 A 点以每秒 2 米的速度匀速下降到 B 点, 求模拟装置从 A 点下降到 B 点的时间.



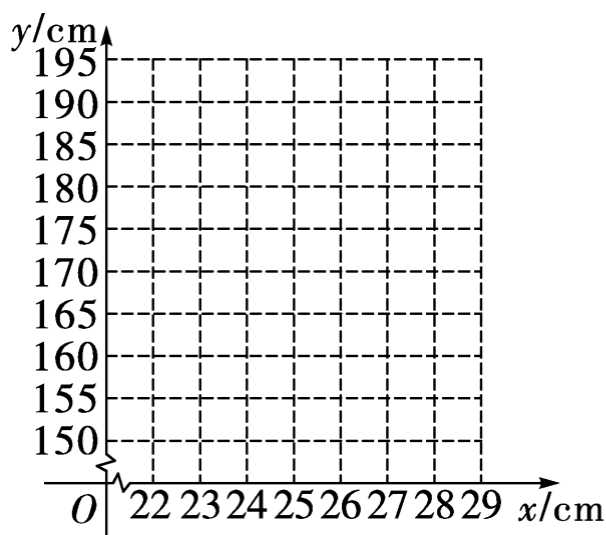
23. 一个人的脚印信息往往对应着这个人某些方面的基本特征. 某数学兴趣小组收集了大量不同人群的身高和脚长数据, 通过对数据的整理和分析, 发现身高 y cm 和脚长 x cm 之间近似存在一个函数关系, 部分数据如下表:

脚长 x (cm)	...	23	24	25	26	27	28	...
身高 y (cm)	...	156	163	170	177	184	191	...

(1)在图①中描出表中数据对应的点 (x, y) ;

(2)根据表中数据, 从 $y=ax+b(a \neq 0)$ 和 $y=\frac{k}{x}(k \neq 0)$ 中选择一个函数模型, 使它能近似地反映身高和脚长的函数关系, 并求出这个函数的解析式(不要求写出 x 的取值范围);

(3)如图②, 某场所发现了一个人的脚印, 脚长约为 25.8cm, 请根据(2)中求出的函数解析式, 估计这个人的身高.



图①



图②

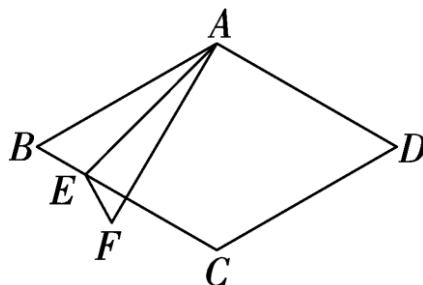
24. 如图，在菱形 $ABCD$ 中， $\angle C=120^\circ$. 点 E 在射线 BC 上运动(不与点 B , 点 C 重合), $\triangle AEB$ 关于 AE 的轴对称图形为 $\triangle AEF$.

(1) 当 $\angle BAF=30^\circ$ 时，试判断线段 AF 和线段 AD 的数量和位置关系，并说明理由；

(2) 若 $AB=6+6\sqrt{3}$, $\odot O$ 为 $\triangle AEF$ 的外接圆，设 $\odot O$ 的半径为 r .

① 求 r 的取值范围；

② 连接 FD ，直线 FD 能否与 $\odot O$ 相切？如果能，求 BE 的长度；如果不能，请说明理由.



25. 已知抛物线 $G: y=ax^2-6ax-a^3+2a^2+1(a>0)$ 过点 $A(x_1, 2)$ 和点 $B(x_2, 2)$, 直线 $l: y=m^2x+n$ 过点 $C(3, 1)$, 交线段 AB 于点 D , 记 $\triangle CDA$ 的周长为 C_1 , $\triangle CDB$ 的周长为 C_2 , 且 $C_1=C_2+2$.

(1) 求抛物线 G 的对称轴；

(2) 求 m 的值；

(3) 直线 l 绕点 C 以每秒 3° 的速度顺时针旋转 t 秒后 ($0 \leq t < 45$) 得到直线 l' , 当 $l' \parallel AB$ 时, 直线 l' 交抛物线 G 于 E, F 两点.

① 求 t 的值；

② 设 $\triangle AEF$ 的面积为 S , 若对于任意的 $a>0$, 均有 $S \geq k$ 成立, 求 k 的最大值及此时抛物线 G 的解析式.