2025年广东省深圳市初中学业水平考试·数学

学校：______________ 班级：______________ 姓名：______________

全卷总分：100分　　考试时间：90分钟

一、选择题(本大题共8小题，每小题3分，共24分，每小题有四个选项，其中只有一个是正确的)

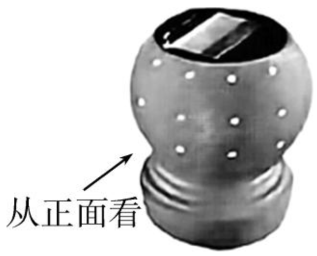
1. 节约水5吨记作+5吨，则浪费水2吨记作（　　）

A.-3吨　　　　B.+2吨

C.-2吨　　　　D.+3吨

1. C

2. 如图为出现在深圳街头的新型无线充电石墩，关于石墩的三视图的描述，正确的是（　　）



A.主视图和左视图相同

B.主视图和俯视图相同

C.左视图和俯视图相同

D.三个视图都相同

2. A

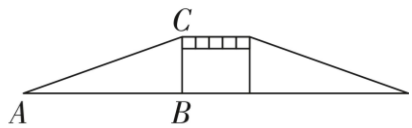
3. 某校进行《九章算术》，《周髀算经》，《孙子算经》，《算法统宗》四本书的长文本阅读活动，小聪从中任取一本，恰好抽到《九章算术》的概率为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{4}$　　　　D. $\frac{2}{3}$

3. C

4. 如图为人行天桥的示意图，若高BC长为10米，斜道AC长为30米，则$\sin A$的值为（　　）



A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

B.3

C. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

D. $\frac{1}{3}$

4. D

5. 下列计算正确的是（　　）

A.$a^2+a^4=a^6$

B.$a^3\cdot a^3=a^6$

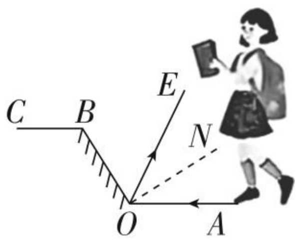
C.（a^2)$^3=a^5$

D.（$a+b)^2=a^2+b^2$

5. B

【解析】a^2 和 a^4 不是同类项，不能合并，A 错误；$a^3\cdot a^3=a^6$，B 正确；（a^2）$^3=a^6$，C 错误；（$a+b$）$^2=a^2+2ab+b^2$，D 错误.

6. 如图为小颖在试鞋镜前的光路图，入射光线 OA 经平面镜后反射入眼，若 $CB\parallel OA$,$\angle CBO=122°$,$\angle BON=90°$，则入射角$\angle AON$的度数为（　　）



A.22°

B.32°

C.35°

D.122°

6. B

【解析】$\because CB\parallel OA$，$\angle CBO=122°$，$\therefore\angle BOA=122°$，$\because\angle BON=90°$，$\therefore\angle AON=\angle BOA-\angle BON=32°$.

7. 某社区植树 60 棵，实际种植人数是原计划人数的 2 倍，实际平均每人种植棵树比原计划少了 3 棵.若设原计划人数为 x 人，则下列方程正确的是（　　）

A. $\frac{60}{x}-\frac{60}{2x}=3$

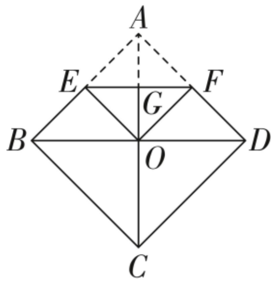
B. $\frac{60}{2x}-\frac{60}{x}=3$

C. $\frac{60}{x}=2\times\frac{60}{x+3}$

D. $\frac{60}{x}=2\times\frac{60}{x-3}$

7. A

8. 如图，将正方形 $ABCD$ 沿 EF 折叠，使得点 A 与对角线的交点 O 重合，EF 为折痕，则 $\frac{EF}{CG}$的值为（　　）



A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

8. D

【解析】∵四边形 $ABCD$ 是正方形，且沿 EF 折叠后点 A 与对角线的交点 O 重合，

∴$\angle EAG=45°$，$AO\perp EF$，$AG=GO$，∴$AG=EG$，$AO=OC$，设 $AG=x$，则

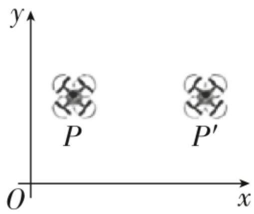
$EG=x,AO=OC=2x$,∴$EF=2EG=2x,CG=GO+OC=3x$,∴ $\frac{EF}{CG}=\frac{2}{3}$.

二、填空题(本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分)

9. 若关于 x 的方程 $x+a=5$ 的解为 $x=1$, 则 $a=$______.

9. 4

10. 如图，将无人机沿着 x 轴向右平移 3 个单位，若无人机上一点 P 的坐标为(1, 2), 则平移后点 P'的坐标为______.



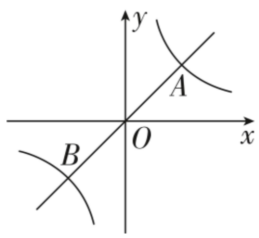
10. (4,2)

11. 计算: $\frac{a^2}{a+1}-\frac{1}{a+1}=$______.

11. $a-1$

【解析】$\frac{a^2}{a+1}-\frac{1}{a+1}=\frac{a^2-1}{a+1}=\frac{(a+1)(a-1)}{a+1}=a-1$.

12. 如图，同一平面直角坐标系下的正比例函数 $y=ax$ 与反比例函数 $y=\frac{2-a}{x}$相交于点 A 和点 B. 若 A 的横坐标为 1，则 B 的坐标为______.

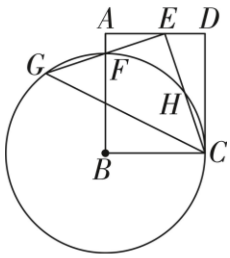


12. (-1,-1)

【解析】将 $x=1$ 代入 $y=ax$ 中得 $y=a$，将 $x=1$ 代入 $y=\frac{2-a}{x}$中得，$y=\frac{2-a}{1}=2-a$，$\therefore a=2-a$，解得 $a=1$，∴正比例函数的表达式为 $y=x$，反比例函数的表达式为 $y=\frac{1}{x}$，令 $x=\frac{1}{x}$，解得 $x=1$（舍去）或 $x=-1$，将 $x=-1$ 代入 $y=x$ 中得 $y=-1$.∴$B(-1,-1)$.

13. 如图,以矩形 $ABCD$ 的 B 点为圆心,BC 的长为半径作⊙B,交 AB 于点 F,点 E 为 AD 上一点，连接 CE，将线段 CE 绕点 E 顺时针旋转至 EG，点 G 落在⊙B 上,且点 F 为 EG 中点.

若 $AF=1,AE=3$,则 CD 的长为______.



13. 6

【解析】∵$AF=1,AE=3$，∴$EF=\sqrt{10}$，∵F 是 GE 的中点，∴$GE=2\sqrt{10}$，∵CE 旋转得到 GE，∴$CE=2\sqrt{10}$，设 $BC=x$,则 $BF=x,AB=x+1$，∵四边形 $ABCD$ 是矩形，∴$AD=BC=x,CD=AB=x+1$,∴$ED=x-3$,在 Rt△CDE 中，由勾股定理得，$(x+1)^2+(x-3)^2=(2\sqrt{10})^2$，解得 $x=5$（负值已舍去），∴$CD=6$.

三、解答题(本题共 7 小题，共 61 分)

14. 计算: $\sqrt{16}+|-3|+(\pi-3.14)^0+(-1)^{2\,025}$.

14. 解:原式= 4+3+1-1

= 7.

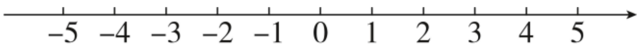
15. 解一元一次方程组 $\begin{cases}2x\geq x-1 ①\\ \frac{1}{2}(x+2)<3 ②\end{cases}$,并在数轴上表示.

解: 由不等式①得:______,

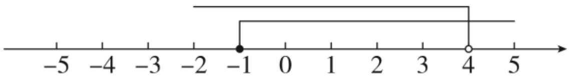
由不等式②得:______,

在数轴上表示为:

所以，原不等式组的解集为______.

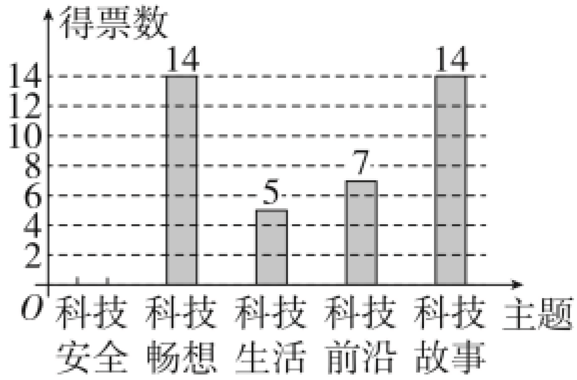


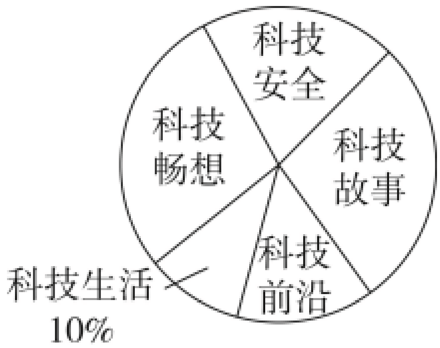
15. 解：$x \geq -1$，$x<4$，$-1 \leq x<4$.



答案图

16. 某班级拟开展科技主题班会活动，现从“科技安全”，“科技畅想”，“科技生活”，“科技前沿”，“科技故事”中挑选一个主题.全班同学通过投票选出最受欢迎的主题，投票结果的条形统计图与扇形统计图如下：





请根据以上信息，完成下列问题：

(1)本次投票共______人参与，其中科技安全所占百分比为______，并补全条形统计图.

(2)为确定班会科技主题，从该班选择 7 名学生代表为“科技畅想”和“科技故事”打分，分数列表如下：

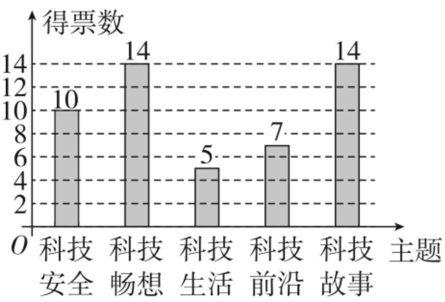
科技畅想	10	9	9	3	6	9	10
科技故事	9	10	7	8	6	8	8

	平均数	中位数	众数
科技畅想	a	b	9
科技故事	8	8	c

求表中的数据: $a=$______,$b=$______, $c=$______.

(3)结合上述信息，应该选择哪个科技主题，并说明理由.

16. 解：(1)50,20%，补全条形统计图如答案图：



答案图

【解法提示】 $\frac{5}{10\%}=50$，$\frac{50-14-5-7-14}{50}\times100\%=20\%$，50-14-5-7-14=10.

(2)8,9,8;

【解法提示】 $x=\frac{10+9+9+3+6+9+10}{7}=8$，将 7 名学生对“科技畅想”打的分按从小到大（或从大到小）排序，位于最中间的数据是 9，故中位数为 9，“科技故事”得分中出现次数最多的数据是 8，故众数为 8.

(3)选择“科技畅想”主题，理由：“科技畅想”与“科技故事”分数的平均分相等，但是“科技畅想”分数的中位数和众数均大于“科技故事”的分数.

17. 某学校采购体育用品，需要购买三种球类.已知某体育用品商店排球的单价为 30 元/个，篮球，足球的价格如下表：

①篮球、足球、排球各买一个的价格为 140 元
②购买 2 个足球的价格比购买一个篮球多花费 40 元
③购买 5 个篮球与购买 6 个足球花费相同

(1)请你从上述 3 个条件中任选 2 个作为条件，求出篮球和足球的单价；

(2)若该学校要购买篮球，足球共 10 个，且足球的个数不超过篮球个数的 2 倍，请问购买多少个篮球时，花费最少，最少费用是多少?

17. 解：(1)设每个篮球 x 元，每个足球 y 元，

选择①②：

$\begin{cases} x+y+30=140 \\ 2y-x=40 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=60 \\ y=50 \end{cases}$，

或选择②③：

$\begin{cases} 5x=6y \\ 2y-x=40 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=60 \\ y=50 \end{cases}$，

或选择①③：

$\begin{cases}x+y+30=140\\5x=6y\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=60\\y=50\end{cases}$，

(三个方程组任选一种即可)

答：每个篮球 60 元，每个足球 50 元；

(2)设购买篮球 m 个, 则购买足球$(10-m)$ 个，

由题意得，$2m\geq10-m$，

解得，$\frac{10}{3}\leq m\leq10$，且 m 为整数，

设购买的总费用是 w 元，

$w=60m+50(10-m)=10m+500$，

$\because 10>0$，

$\therefore w$ 随着 m 的增大而增大，

$\therefore$当 $m=4$ 时，w 取得最小值，为 540 元.

答：当购买篮球 4 个时所花费用最少，最少费用为 540 元.

18. 如图①, 在 Rt$\triangle ABC$ 中，D 是 AB 的中点， $AE=CD,AD=EC$.

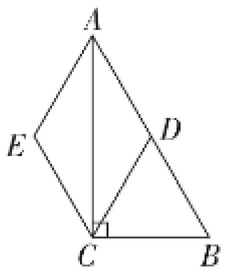
(1)求证: 四边形 $ADCE$ 为菱形;

(2)如图②, 若点 O 为 AC 上一点, 且 E, A, D 三点均在$\odot O$ 上, 连接 OD,CD 与$\odot O$ 相切于点 D,

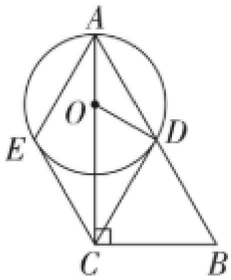
①求$\angle ACD=$______;

②$AC=4$,求$\odot O$ 的半径 r;

(3)利用圆规和无刻度直尺在图 2 中作射线 $DF\parallel AC$,交 BC 于点 G，保留作图痕迹，不用写出作法和理由.



图①



图②

18. (1)**证明：**$\because AD=EC,CD=AE$,

$\therefore$四边形 $ADCE$ 为平行四边形,

$\because\angle ACB=90°$，且 D 为 AB 中点，

$\therefore CD=\frac{1}{2}AB=AD=BD$，

∴四边形 $ADCE$ 为菱形；

(2)①**解：** 30°；

【解法提示】∵四边形 $ADCE$ 为菱形，∴$DA=DC$，∴$\angle DAC=\angle ACD$，∵$OA=OD=r$，∴$\angle OAD=\angle ODA$，∴$\angle COD=\angle OAD+\angle ODA=2\angle OAD=2\angle OCD$,∵$CD$ 与⊙O 相切于点 D，∴$\angle CDO=90°$，∴$\angle COD+\angle ACD=2\angle ACD+\angle ACD=90°$，∴$\angle ACD=30°$；

②**解：** 设半径为 r，

∵$AC=4$，

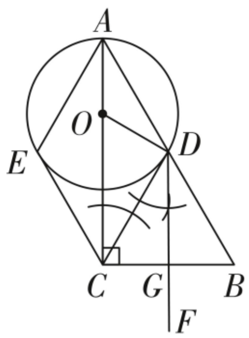
∴$OC=4-r$，

∵$\angle ACD=30°$，

∴ $\frac{OD}{OC}=\frac{r}{4-r}=\frac{1}{2}$,

解得 $r=\frac{4}{3}$;

（3）**解：** 作图如答案图.



答案图

19. 综合与实践

【问题背景】排队是生活中常见的场景，如图，某数学小组针对某次演出，研究了排队人数与安检时间，安排通道数之间的关系.

【研究条件】

条件 1：观众进场立即排队安检，在任意时刻都满足：排队人数=现场总人数-已入场人数；

条件 2：若该演出场地最多可开放 9 条安检通道，平均每条通道每分钟可安检 6 人.

【模型构建】若该演出前 30 分钟开始进行安检，经研究发现，现场总人数 y 与安检时间 x 之间满足关系式： $y=-x^2+60x+100$（$0\le x\le 30$)

【总结反思】

函数可刻画生活实际场景，但要注意验证模型的正确性，未来可结合更多变量(如突发情况、安检流程优化等)进行更深入的分析，以提高模型的准确性和实用性.

结合上述信息，请完成下述问题：

(1)当开通 3 条安检通道时，安检时间 x 分钟时，已入场人数为______，排队人数 w 与安检时间 x 的函数关系式为______.

【模型应用】

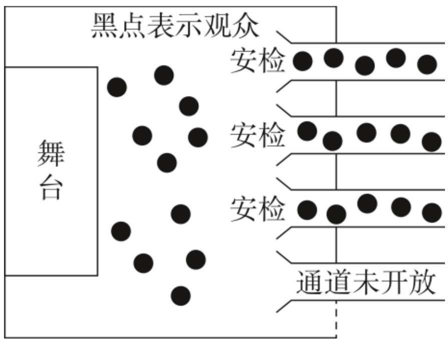
(2)在(1)的条件下，排队人数在第几分钟达到最大值，最大人数为多少?

(3)已知该演出主办方要求：

①排队人数在安检开始 10 分钟内(包含 10 分钟)减少；

②尽量少安排安检通道，以节省开支.

若同时满足以上两个要求，可开设几条安检通道，请说明理由?



19. 解：（1）$18x$，$w=-x^2+42x+100$（$0\leq x\leq 30$）；

（2）$w=-x^2+42x+100=-(x-21)^2+541$，

∴当 $x=21$ 时，$w_{max}=541$.

∴排队人数在第 21 分钟时达到最大，最大人数为 541；

(3)可开 7 条通道，理由：

设开了 m 条通道,则 $w=y-6mx=-x^2+60x+100-6mx=-x^2+6(10-m)x+100$，

∴对称轴为直线 $x=3(10-m)$，

∵排队人数在安检开始 10 分钟内(包括 10 分钟)内减少,

∴$0\leq 3(10-m)\leq 10$，即 $\frac{20}{3}\leq m\leq 10$，

∵最多开通 9 条，

∴ $\frac{20}{3}\leq m\leq 9$，

∵m 为正整数 ∴m 最小值为 7，

∴可开 7 条通道.

(3)可开 7 条通道，理由：

设开了 m 条通道,则 $w=y-6mx=-x^2+60x+100-6mx=-x^2+6(10-m)x+100$，

∴对称轴为直线 $x=3(10-m)$，

∵排队人数在安检开始 10 分钟内(包括 10 分钟)内减少,

∴$0\le 3(10-m)\le 10$，即 $\frac{20}{3}\le m\le 10$，

∵最多开通 9 条，

∴ $\frac{20}{3}\le m\le 9$，

∵m 为正整数 ∴m 最小值为 7，

∴可开 7 条通道.

20. 综合与探究

【探索发现】如图①，小军用两个大小不同的等腰直角三角板拼接成一个四边形.

【抽象定义】以等腰三角形为边向外作等腰三角形，使该边所对的角等于原等腰三角形的顶角，此时该四边形称为“双等四边形”，原等腰三角形称为四边形的“伴随三角形”.如图②，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC,AC=AD,\angle D=\angle BAC$.此时，四边形 $ABCD$ 是“双等四边形”， $\triangle ABC$ 是“伴随三角形”.

【问题解决】如图③，在四边形 $ABCD$ 中， $AB=AC,AD=CD,\angle D=\angle BAC$,求:

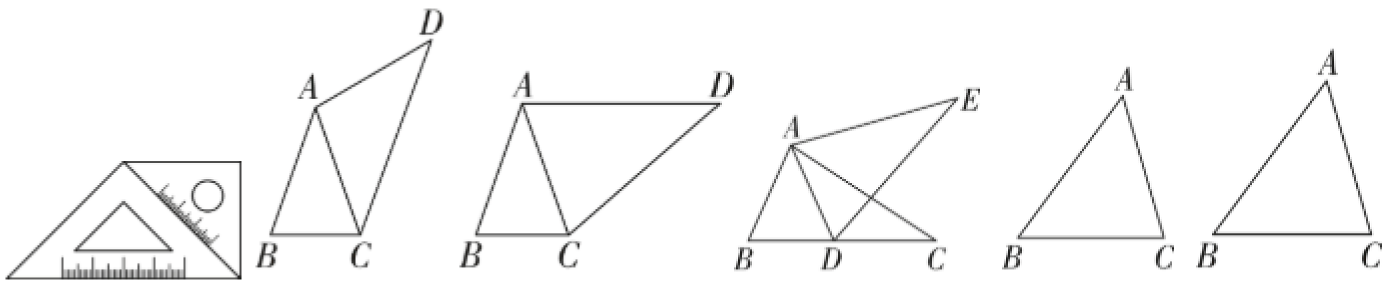
①AD 与 BC 的位置关系为: ______:

②AC^2______$AD\cdot BC$. (填“>”,“<”或“=”)

【方法应用】

①如图④，将$\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转至$\triangle ADE$,点 D 恰好落在 BC 边上，求证：四边形 $ABDE$ 是双等四边形.

②如图⑤，在等腰三角形 ABC 中， $AC=BC,\cos B=\frac{3}{5},AB=5$,在平面内找一点 D，使四边形 $ABCD$ 是以 $\triangle ABC$ 为伴随三角形的双等四边形，若存在，请求出 CD 的长，若不存在，请说明理由.



图①　　图②　　图③　　图④　　图⑤　　备用图

20.【问题解决】①解：$AD\parallel BC$，

②解：=；

【解法提示】由题意易得，$\triangle ABC\backsim\triangle DAC$，$\therefore \frac{AC}{DC}=\frac{BC}{AC}$，$\therefore AC^2=CD\cdot BC$，$\because CD=AD$，

$\therefore AC^2=AD\cdot BC$.

【方法应用】①证明：$\because\triangle ADE$ 为等腰$\triangle ABC$ 旋转得到，

$\therefore AB=AD$，$AC=BC=AE=DE$,

令$\angle B=\alpha$,则$\angle ADB=\alpha$,$\angle BAD=180°-2\alpha$，

$\because\angle ADE=\angle B=\alpha$，$EA=ED$，

$\therefore\angle DAE=\angle ADE=\alpha$，

$\therefore\angle E=180°-2\alpha$，

$\therefore\angle E=\angle BAD$，

$\therefore$四边形 $ABDE$ 为双等四边形；

②解：如答案图①，作 $AH\perp BC$ 于点 H，

$\because\cos B=\frac{3}{5}$，$AB=5$，

$\therefore BH=3$,$AH=4$，

设 $CH=x$, 则 $AC=BC=x+3$，

在 Rt$\triangle ACH$ 中, $CH^2+AH^2=AC^2$,

即 $x^2+4^2=(x+3)^2$,

解得 $x=\frac{7}{6}$,

$\therefore CH=\frac{7}{6}$,$BC=AC=\frac{25}{6}$,

a.如答案图①，当$\angle ACB=\angle D=\angle CAD$,$CA=CD$ 时，

$CD=AC=\frac{25}{6}$;

b.如答案图②，若 $\angle ACB=\angle D=\angle ACD$,$AD=AC$ 时，

$\therefore AD=AC=\frac{25}{6}$,

作 $AM\perp CD$ 于点 M，

则 $CM=DM$，

$\therefore\frac{CM}{AC}=\cos\angle ACM=\cos\angle ACB=\frac{\frac{7}{6}}{\frac{25}{6}}=\frac{7}{25}$,

$\therefore CM=\frac{7}{25}\times\frac{25}{6}=\frac{7}{6}$,

$\therefore CD=2CM=\frac{7}{3}$;

c.如答案图③，当$\angle D=\angle ACB$,$DA=DC$ 时，

$\therefore\angle DAC=\angle DCA=\angle CAB=\angle ABC$，

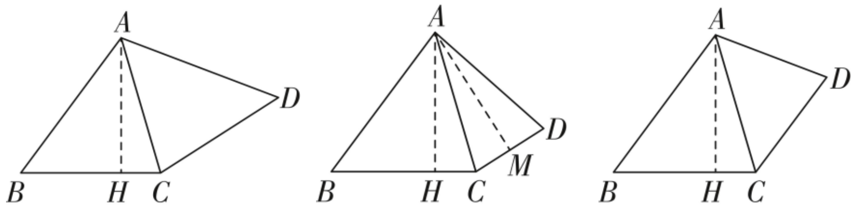
$\therefore\triangle CAB\backsim\triangle DAC$，

$\therefore\ \dfrac{CD}{BC}=\dfrac{AC}{AB}$，

$\therefore\ \dfrac{CD}{\frac{25}{6}}=\dfrac{\frac{25}{6}}{5}$，

$\therefore CD=\dfrac{125}{36}$，

综上所述，CD 的长为 $\dfrac{25}{6}$，$\dfrac{7}{3}$或 $\dfrac{125}{36}$.



答案图①　答案图②　答案图③