

# 2023 年广东省深圳市初中学业水平考试·数学

学校：\_\_\_\_\_ 班级：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

全卷总分：100 分 考试时间：90 分钟

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分，每小题有四个选项，其中只有一个是正确的)

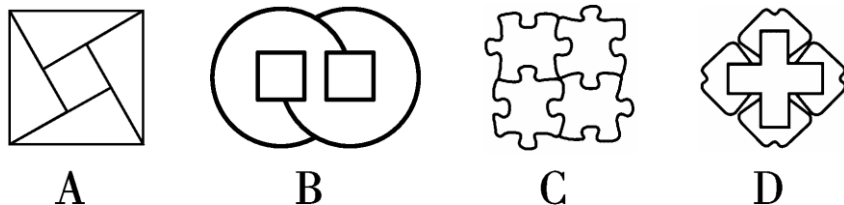
1. 如果 $+10^{\circ}\text{C}$ 表示零上 10 度，则零下 8 度表示( )

- A.  $+8^{\circ}\text{C}$                       B.  $-8^{\circ}\text{C}$                       C.  $+10^{\circ}\text{C}$                       D.  $-10^{\circ}\text{C}$

1. B

【解析】根据题意可知“+”表示零上，则“-”表示零下， $\therefore$ 零下 8 度表示 $-8^{\circ}\text{C}$ .

2. 下列图形中，为轴对称的图形的是( )



2. D

【解析】A、B、C 选项中的图形都不能找到一条直线，使图形沿该直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合， $\therefore$ 不是轴对称图形；D 选项中的图形能找到一条直线，使图形沿该直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合， $\therefore$ 是轴对称图形.

3. 深中通道是世界级“桥、岛、隧、水下互通”跨海集群工程，总计用了 320000 万吨钢材，320000 这个数用科学记数法表示为( )

- A.  $0.32 \times 10^6$                       B.  $3.2 \times 10^5$   
C.  $3.2 \times 10^9$                       D.  $32 \times 10^8$

3. B

【解析】 $320000 = 3.2 \times 10^5$ .

4. 下表为五种运动耗氧情况，其中耗氧量的中位数是( )

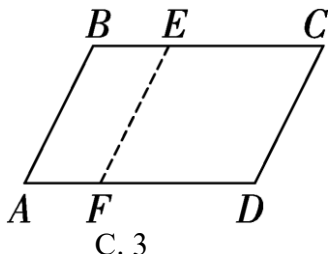
打网球	跳绳	爬楼梯	慢跑	游泳
80L/h	90L/h	105L/h	110L/h	115L/h

- A. 80L/h                      B. 107.5L/h                      C. 105L/h                      D. 110L/h

4. C

**【解析】**将表格中数据按从小到大的顺序排列，位于中间位置的数为 105L/h， $\therefore$ 耗氧量的中位数是 105L/h.

5. 如图，在平行四边形  $ABCD$  中， $AB=4$ ， $BC=6$ ，将线段  $AB$  水平向右平移  $a$  个单位长度得到线段  $EF$ ，若四边形  $ECDF$  为菱形，则  $a$  的值为( )



- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

5. B

**【解析】** $\because$ 四边形  $ABCD$  为平行四边形， $\therefore CD=AB=4$ ， $\because$ 四边形  $ECDF$  为菱形， $\therefore CE=CD=4$ ， $\therefore a=BE=BC-CE=6-4=2$ .

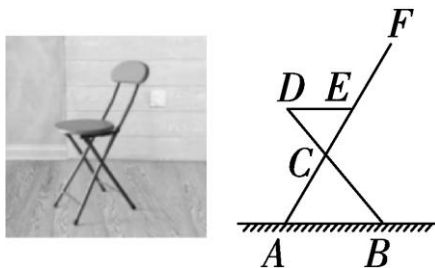
6. 下列运算正确的是( )

- A.  $a^3 \cdot a^2 = a^6$                       B.  $4ab - ab = 4$   
 C.  $(a+1)^2 = a^2 + 1$                       D.  $(-a^3)^2 = a^6$

6. D

**【解析】** $A. a^3 \cdot a^2 = a^{3+2} = a^5 \neq a^6$ ，故 A 选项错误； $B. 4ab - ab = 3ab \neq 4$ ，故 B 选项错误； $C. (a+1)^2 = a^2 + 2a + 1 \neq a^2 + 1$ ，故 C 选项错误； $D. (-a^3)^2 = (-1)^2 \cdot a^{3 \times 2} = a^6$ ，故 D 选项正确.

7. 如图为商场某品牌椅子的侧面图， $\angle DEF=120^\circ$ ， $DE$  与地面平行， $\angle ABD=50^\circ$ ，则  $\angle ACB=$  ( )



- A.  $70^\circ$                       B.  $65^\circ$                       C.  $60^\circ$                       D.  $50^\circ$

7. A

**【解析】** $\because DE \parallel AB$ ， $\angle ABD=50^\circ$ ， $\therefore \angle D=\angle ABD=50^\circ$ ， $\because \angle DEF=120^\circ$ ，且  $\angle DEF$  是  $\triangle DCE$  的外角， $\therefore \angle DCE=\angle DEF-\angle D=70^\circ$ ， $\therefore \angle ACB=\angle DCE=70^\circ$ .

8. 某运输公司运输一批货物，已知大货车比小货车每辆多运输 5 吨货物，且大货车运输 75 吨货物所用车辆数与小货车运输 50 吨货物所用车辆数相同，设大货车每辆运输  $x$  吨，则所列方程正确的是( )

A.  $\frac{75}{x-5} = \frac{50}{x}$

B.  $\frac{75}{x} = \frac{50}{x-5}$

C.  $\frac{75}{x+5} = \frac{50}{x}$

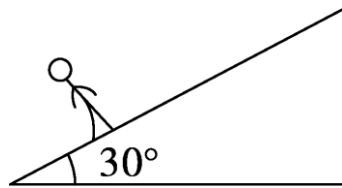
D.  $\frac{75}{x} = \frac{50}{x+5}$

8. B

【解析】∵大货车每辆运输  $x$  吨，∴小货车每辆运输  $(x-5)$  吨，由题意可列方程为  $\frac{75}{x} = \frac{50}{x-5}$ .

9. 爬坡时坡面与水平面夹角为  $\alpha$ ，则每爬 1m 耗能  $(1.025 - \cos\alpha)$ J，若某人爬了 1000m，该坡角为  $30^\circ$ ，则他耗能( )

(参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{2} \approx 1.414$ )



A. 58J

B. 159J

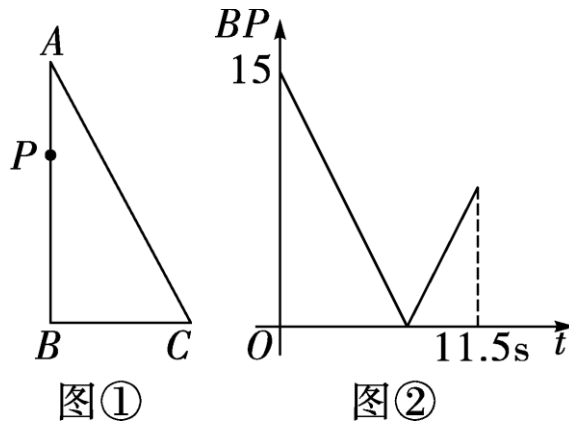
C. 1025J

D. 1732J

9. B

【解析】由题意得某人爬了 1000m，该坡角为  $30^\circ$ ，则他耗能为  $1000 \times (1.025 - \cos 30^\circ) = 1000 \times (1.025 - \frac{\sqrt{3}}{2}) \approx 159$ (J).

10. 如图①，在  $Rt\triangle ABC$  中，动点  $P$  从  $A$  点运动到  $B$  点再到  $C$  点后停止，速度为 2 单位/s，其中  $BP$  长与运动时间  $t$ (单位：s) 的关系如图②，则  $AC$  的长为( )



图①

图②

A.  $\frac{15\sqrt{5}}{2}$

B.  $\sqrt{427}$

C. 17

D.  $5\sqrt{3}$

10. C

【解析】由图象可知，当  $t=0$  时，点  $P$  与点  $A$  重合，∴ $AB=15$ ，∴点  $P$  从点  $A$  运动到点  $B$  所需的时间为  $15 \div 2 = 7.5$ (s)，∴点  $P$  从点  $B$  运动到点  $C$  所需的时间为  $11.5 - 7.5 = 4$ (s)，∴ $BC = 2 \times 4 = 8$ ，在  $Rt\triangle ABC$  中，由勾股定理可得  $AC = 17$ .

二、填空题(本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 小明从《红星照耀中国》, 《红岩》, 《长征》, 《钢铁是怎样炼成的》四本书中随机挑选一本, 其中拿到《红星照耀中国》这本书的概率为\_\_\_.

11.  $\frac{1}{4}$

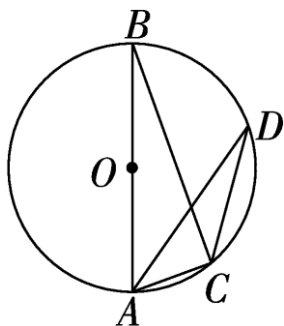
【解析】∵共有四本书, ∴ $P(\text{拿到《红星照耀中国》这本书}) = \frac{1}{4}$ .

12. 已知实数  $a, b$  满足  $a+b=6, ab=7$ , 则  $a^2b+ab^2$  的值为\_\_\_.

12. 42

【解析】∵ $a+b=6, ab=7, \therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)=7 \times 6=42$ .

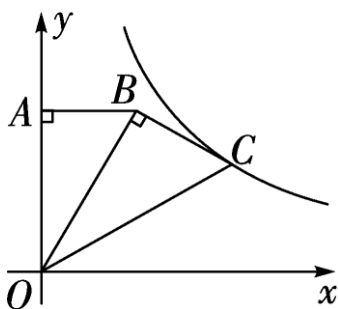
13. 如图, 在  $\odot O$  中,  $AB$  为直径,  $C$  为圆上一点,  $\angle BAC$  的角平分线与  $\odot O$  交于点  $D$ , 若  $\angle ADC=20^\circ$ , 则  $\angle BAD=$  \_\_\_ $^\circ$ .



13. 35

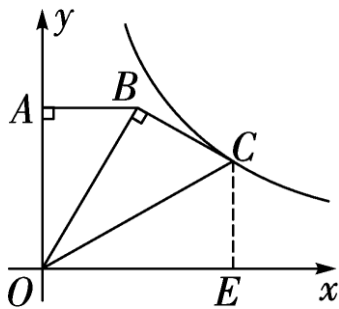
【解析】∵ $AB$  为  $\odot O$  的直径,  $\therefore \angle ACB=90^\circ, \therefore \angle ADC=20^\circ, \therefore \angle ABC=\angle ADC=20^\circ, \therefore \angle BAC=90^\circ-\angle ABC=70^\circ, \therefore AD$  平分  $\angle BAC, \therefore \angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=35^\circ$ .

14. 如图,  $\text{Rt}\triangle OAB$  与  $\text{Rt}\triangle OBC$  位于平面直角坐标系中,  $\angle AOB=\angle BOC=30^\circ, BA \perp OA, CB \perp OB$ , 若  $AB=\sqrt{3}$ , 反比例函数  $y=\frac{k}{x}(k \neq 0)$  恰好经过点  $C$ , 则  $k=$  \_\_\_.



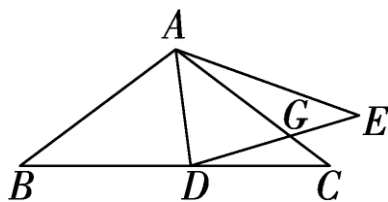
14.  $4\sqrt{3}$

【解析】如解图, 过点  $C$  作  $CE \perp x$  轴, 垂足为  $E, \therefore \angle AOB=\angle BOC=30^\circ, BA \perp OA, CB \perp OB, AB=\sqrt{3}, \therefore OB=2AB=2\sqrt{3}, \angle COE=90^\circ-30^\circ-30^\circ=30^\circ$ , 在  $\text{Rt}\triangle OBC$  中,  $OC=\frac{OB}{\cos 30^\circ}=4$ , 在  $\text{Rt}\triangle OCE$  中,  $CE=\frac{1}{2}OC=2, OE=\frac{\sqrt{3}}{2}OC=2\sqrt{3}, \therefore$  点  $C(2\sqrt{3}, 2), \therefore k=2\sqrt{3} \times 2=4\sqrt{3}$ .



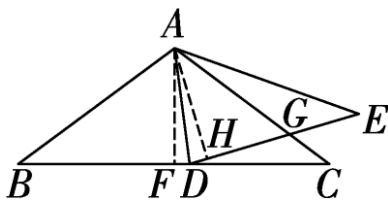
解图

15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中,  $AB=AC$ ,  $\tan B=\frac{3}{4}$ , 点 $D$ 为 $BC$ 上一动点, 连接 $AD$ , 将 $\triangle ABD$ 沿 $AD$ 翻折得到 $\triangle ADE$ ,  $DE$ 交 $AC$ 于点 $G$ ,  $GE<DG$ , 且 $AG:CG=3:1$ , 则 $\frac{S_{\triangle AGE}}{S_{\triangle ADG}}=$ \_\_\_\_\_.



15.  $\frac{49}{75}$

**【解析】**如解图, 过点 $A$ 作 $AF\perp BC$ 于点 $F$ ,  $AH\perp DE$ 于点 $H$ ,  $\because AB=AC$ ,  $\therefore \angle B=\angle C$ , 根据折叠的性质可知,  $\angle B=\angle E$ ,  $AF=AH$ ,  $AB=AE$ ,  $BF=EH$ ,  $\therefore \angle E=\angle C$ , 设 $CG=a$ , 则 $AG=3a$ ,  $\therefore AB=AC=AE=4a$ , 在 $\text{Rt}\triangle ABF$ 中,  $\tan B=\frac{AF}{BF}=\frac{3}{4}$ ,  $\therefore BF=\frac{4}{3}AF$ ,  $\therefore (\frac{4}{3}AF)^2+AF^2=(4a)^2$ , 解得 $AF=\frac{12}{5}a$ 或 $AF=-\frac{12}{5}a$ (舍去),  $\therefore AH=AF=\frac{12}{5}a$ ,  $BF=EH=\frac{16}{5}a$ , 在 $\text{Rt}\triangle AGH$ 中,  $GH=\sqrt{AG^2-AH^2}=\frac{9}{5}a$ ,  $\therefore EG=EH-GH=\frac{16}{5}a-\frac{9}{5}a=\frac{7}{5}a$ ,  $\therefore \angle AGE=\angle DGC$ ,  $\angle E=\angle C$ ,  $\therefore \triangle AEG\sim\triangle DCG$ ,  $\therefore \frac{AG}{DG}=\frac{EG}{CG}$ , 即 $\frac{3a}{DG}=\frac{\frac{7}{5}a}{a}$ ,  $\therefore DG=\frac{15}{7}a$ ,  $\therefore \frac{S_{\triangle AGE}}{S_{\triangle ADG}}=\frac{EG}{DG}=\frac{49}{75}$ .



解图

三、解答题(本题共7小题, 其中第16题5分, 第17题7分, 第18题8分, 第19题8分, 第20题8分, 第21题9分, 第22题10分, 共55分)

16. 计算:  $(1+\pi)^0+2-|-3|+2\sin 45^\circ$ .

16. 解: 原式 $=1+2-3+2\times\frac{\sqrt{2}}{2}$   
 $=0+\sqrt{2}$

$$= \sqrt{2}.$$

17. 先化简，再求值： $(\frac{1}{x-1}+1) \div \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ ，其中  $x=3$ 。

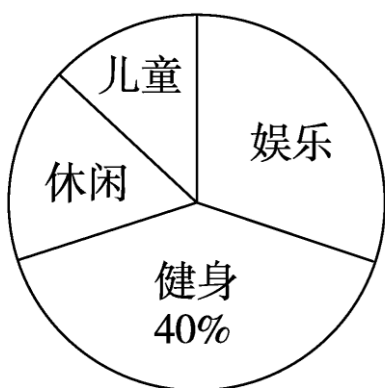
17. 解：原式 =  $\frac{1+x-1}{x-1} \cdot \frac{(x-1)^2}{(x+1)(x-1)}$

$$= \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{x+1}$$

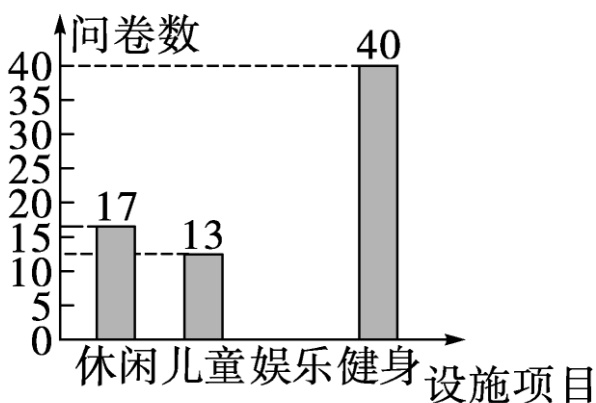
$$= \frac{x}{x+1},$$

当  $x=3$  时，原式 =  $\frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$ 。

18. 为了提高某城区居民的生活质量，政府将改造城区配套设施，并随机向某居民小区发放调查问卷(1人只能投1票)，共有休闲设施，儿童设施，娱乐设施，健身设施4种选项，一共调查了  $a$  人，其调查结果如下：



图①



图②

如图为根据调查结果绘制的扇形统计图(图①)和条形统计图(图②)，请根据统计图回答下面的问题：

(1) 调查总人数  $a = \underline{\quad}$  人；

(2) 请补充条形统计图；

(3) 若该城区共有 10 万居民，则其中愿意改造“娱乐设施”的约有多少人？

(4)改造完成后，该政府部门向甲、乙两小区下发满意度调查问卷，其结果(分数)如下：

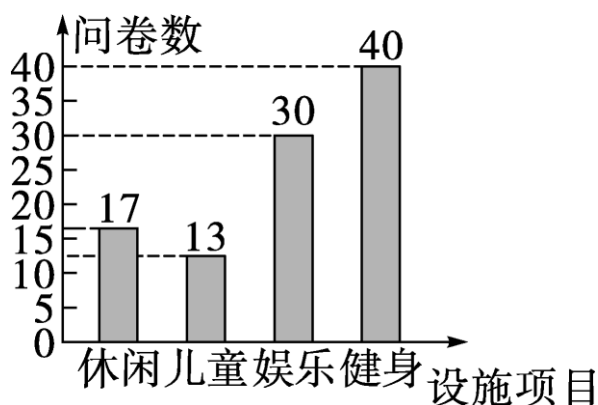
项目 小区	休闲	儿童	娱乐	健身
甲	7	7	9	8
乙	8	8	7	9

若以 1:1:1:1 进行考核，\_\_小区满意度(分数)更高；

若以 1:1:2:1 进行考核，\_\_小区满意度(分数)更高.

18. 解：(1)100；

(2)样本中“娱乐”的人数为  $100 - 17 - 13 - 40 = 30$ (人)，补全条形统计图如解图；



解图

(3) $100000 \times \frac{30}{100} = 30000$ (人)，

答：愿意改造“娱乐设施”的约有 30000 人；

(4)乙；甲.

【解析】由题意得  $a = 40 \div 40\% = 100$ .

按照 1:1:1:1 进行考核，甲： $\frac{7+7+9+8}{4} = 7.75$ (分)，乙： $\frac{8+8+7+9}{4} = 8$ (分)，因此乙小区满意度更

高；按照 1:1:2:1 进行考核，甲： $\frac{7+7+18+8}{1+1+2+1} = 8$ (分)， $\frac{8+8+14+9}{1+1+2+1} = 7.8$ (分)，因此甲小区满意度更高.

19. 某商场在世博会上购置 A, B 两种玩具，其中 B 玩具的单价比 A 玩具的单价贵 25 元，且购置 2 个 B 玩具与 1 个 A 玩具共花费 200 元.

(1)求 A, B 玩具的单价；

(2)若该商场要求购置 B 玩具的数量是 A 玩具数量的 2 倍，且购置玩具的总额不高于 20000 元，则该商场最多可以购置多少个 A 玩具？

**19. 解:** (1) 设每个  $A$  玩具的单价为  $x$  元, 则每个  $B$  玩具的单价为  $(x+25)$  元, 根据题意得  $2(x+25)+x=200$ , 解得  $x=50$ ,  
 $\therefore x+25=50+25=75$ ,

答: 每个  $A$  玩具的单价为 50 元, 每个  $B$  玩具的单价为 75 元;

(2) 设该商场可以购置  $y$  个  $A$  玩具, 根据题意得  $50y+75\times 2y\leq 20000$ , 解得  $y\leq 100$ ,

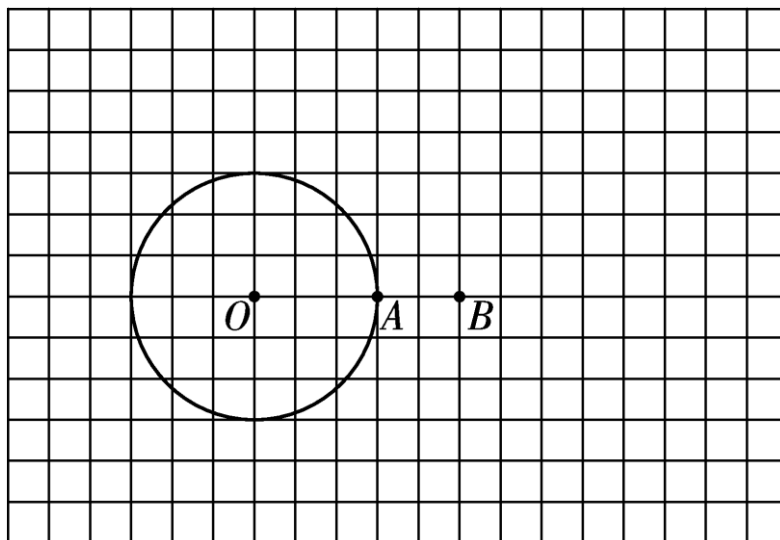
答: 最多可以购置 100 个  $A$  玩具.

**20.** 如图, 在单位长度为 1 的网格中, 点  $O, A, B$  均在格点上,  $OA=3, AB=2$ , 以  $O$  为圆心,  $OA$  为半径画圆, 请按下列步骤完成作图, 并回答问题:

- ① 过点  $A$  作切线  $AC$ , 且  $AC=4$  (点  $C$  在  $A$  的上方);
- ② 连接  $OC$ , 交  $\odot O$  于点  $D$ ;
- ③ 连接  $BD$ , 与  $AC$  交于点  $E$ .

(1) 求证:  $DB$  为  $\odot O$  的切线;

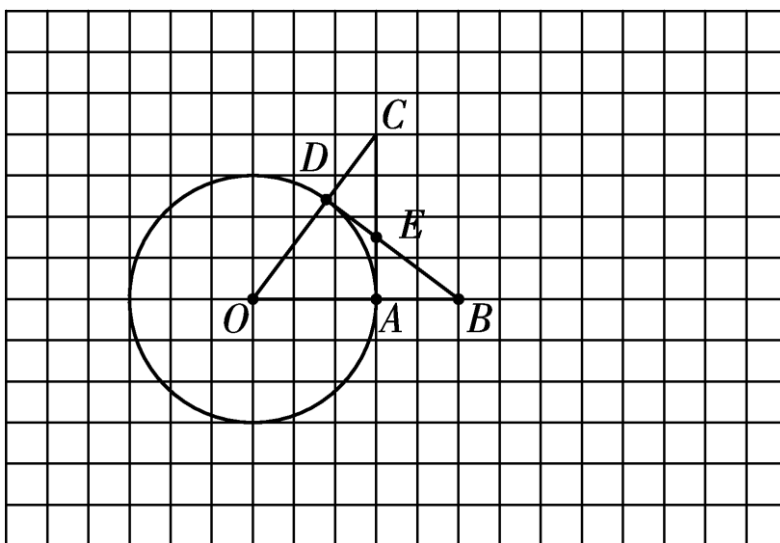
(2) 求  $AE$  的长度.



**20. 解:** 按照步骤作图如解图:

(1) 证明:  $\because AC$  是  $\odot O$  的切线,  $OA$  是  $\odot O$  的半径,  
 $\therefore \angle OAC=90^\circ$ ,  
 $\therefore OC = \sqrt{OA^2 + AC^2} = 5$ ,  
 由题意得  $OD=OA=3, OB=OC=5, \angle DOB = \angle AOC$ ,  
 $\therefore \triangle DOB \cong \triangle AOC$  (SAS),  
 $\therefore \angle ODB = \angle OAC = 90^\circ$ , 即  $OD \perp BD$ ,  
 $\because OD$  是  $\odot O$  的半径,

$\therefore DB$  为  $\odot O$  的切线;



解图

(2)解:  $\because \angle CDE = \angle CAO = 90^\circ$ ,  $\angle C = \angle C$ ,

$\therefore \triangle CDE \sim \triangle CAO$ ,

$$\therefore \frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CO},$$

$$\because CD = OC - OD = 5 - 3 = 2,$$

$$\therefore \frac{2}{4} = \frac{CE}{5}, \text{ 解得 } CE = 2.5,$$

$$\therefore AE = AC - CE = 4 - 2.5 = 1.5.$$

21. 蔬菜大棚是一种具有出色的保温性能的框架覆膜结构, 它出现使得人们可以吃到反季节蔬菜. 一般蔬菜大棚使用竹结构或者钢结构的骨架, 上面覆上一层或多层保温塑料膜, 这样就形成了一个温室空间.

如图, 某个温室大棚的横截面可以看作矩形  $ABCD$  和抛物线  $AED$  构成, 其中  $AB = 3\text{m}$ ,  $BC = 4\text{m}$ , 取  $BC$  中点  $O$ , 过点  $O$  作线段  $BC$  的垂直平分线  $OE$  交抛物线  $AED$  于点  $E$ , 若以  $O$  点为原点,  $BC$  所在直线为  $x$  轴,  $OE$  为  $y$  轴建立如图所示平面直角坐标系.

请回答下列问题:

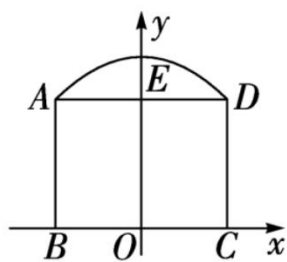
(1)如图②, 抛物线  $AED$  的顶点  $E(0, 4)$ , 求抛物线的解析式;

(2)如图③, 为了保证蔬菜大棚的通风性, 该大棚要安装两个正方形孔的排气装置  $LFGT$ ,  $SMNR$ , 若  $FL = NR = 0.75\text{m}$ , 求两个正方形装置的间距  $GM$  的长;

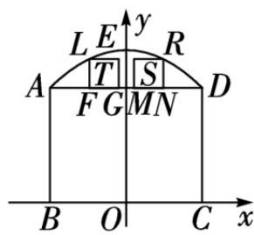
(3)如图④, 在某一时刻, 太阳光线透过  $A$  点恰好照射到  $C$  点, 此时大棚截面的阴影为  $CK$ , 求  $CK$  的长.



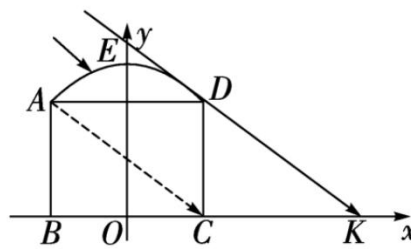
图①



图②



图③



图④

21. 解: (1)  $\because AB=3, BC=4$ , 四边形  $ABCD$  是矩形,  $E(0, 4)$ ,

$\therefore A(-2, 3), C(2, 0)$ ,

设抛物线的解析式为  $y=ax^2+c$ ,

将  $A, E$  两点坐标代入解析式,

$$\text{得 } \begin{cases} 4a+c=3 \\ c=4 \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} a=-\frac{1}{4} \\ c=4 \end{cases}$$

$\therefore$  抛物线的解析式为  $y=-\frac{1}{4}x^2+4$ ;

(2) 设  $G(-t, 3)$ , 则  $L(-t-\frac{3}{4}, 3+\frac{3}{4})$ ,

$\therefore 3+\frac{3}{4}=-\frac{1}{4}(-t-\frac{3}{4})^2+4$ , 解得  $t=\frac{1}{4}$  (负值已舍去),

$\therefore GM=2t=\frac{1}{2}$ .

答: 两个正方形装置的间距  $GM$  的长为  $\frac{1}{2}\text{m}$ ;

(3) 如解图, 取最右侧光线与抛物线的切点为  $F$ ,

设直线  $AC$  的解析式为  $y=kx+b$ ,

将  $A(-2, 3), C(2, 0)$  代入  $y=kx+b$  中, 得  $\begin{cases} -2k+b=3 \\ 2k+b=0 \end{cases}$ , 解得  $\begin{cases} k=-\frac{3}{4} \\ b=\frac{3}{2} \end{cases}$ ,

$\therefore$  直线  $AC$  的解析式为  $y=-\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$ ,

$\because FK \parallel AC$ ,  $\therefore$  设直线  $FK$  的解析式为  $y=-\frac{3}{4}x+m$ ,

$$\text{联立 } \begin{cases} y=-\frac{3}{4}x+m \\ y=-\frac{1}{4}x^2+4 \end{cases},$$

得  $-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x+4-m=0$ ,

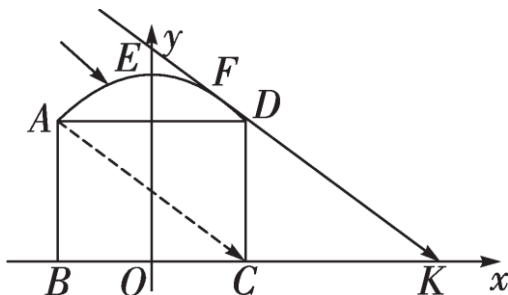
$\therefore \Delta=(\frac{3}{4})^2-4\times(-\frac{1}{4})(4-m)=0$ , 解得  $m=\frac{73}{16}$ ,

$\therefore$  直线  $FK$  的解析式为  $y=-\frac{3}{4}x+\frac{73}{16}$ ,

令  $y=0$ , 得  $x = \frac{73}{12}$ ,

$$\therefore CK = \frac{73}{12} - 2 = \frac{49}{12},$$

答:  $CK$  的长为  $\frac{49}{12}m$ .



解图

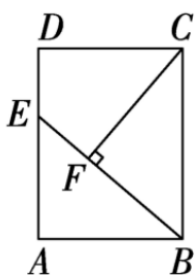
22. (1)如图①, 在矩形  $ABCD$  中,  $E$  为  $AD$  边上一点, 连接  $BE$ , 过  $C$  作  $CF \perp BE$  交  $BE$  于点  $F$ ,

①若  $BE=BC$ , 求证:  $\triangle ABE \cong \triangle FCB$ ;

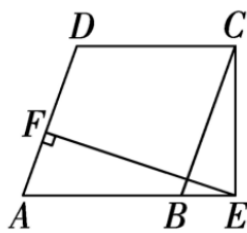
②若  $S_{\text{矩形}ABCD} = 20$ , 则  $BE \cdot CF = \underline{\quad}$ ;

(2)如图②, 在菱形  $ABCD$  中,  $\cos A = \frac{1}{3}$ , 过  $C$  作  $CE \perp AB$  交  $AB$  的延长线于点  $E$ , 过  $E$  作  $EF \perp AD$  交  $AD$  于点  $F$ , 若  $S_{\text{菱形}ABCD} = 24$ , 求  $EF \cdot BC$  的值;

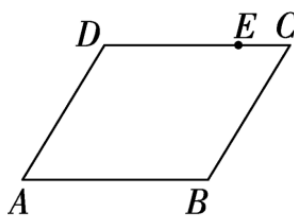
(3)如图③, 在平行四边形  $ABCD$  中,  $\angle A = 60^\circ$ ,  $AB = 6$ ,  $AD = 5$ , 点  $E$  在  $CD$  上, 且  $CE = 2$ , 点  $F$  为  $BC$  上一点, 连接  $EF$ , 过  $E$  作  $EG \perp EF$  交平行四边形  $ABCD$  的边于点  $G$ , 若  $EF \cdot EG = 7\sqrt{3}$ , 请直接写出  $AG$  的长.



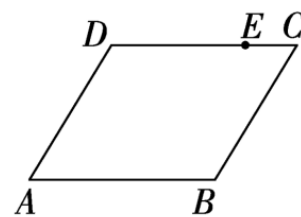
图①



图②



图③



备用图

22. (1)①证明:  $\because$  四边形  $ABCD$  是矩形,

$$\therefore \angle A = \angle ABC = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE + \angle CBF = 90^\circ,$$

$$\because CF \perp BE,$$

$$\therefore \angle FCB + \angle CBF = 90^\circ, \angle A = \angle CFB = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle ABE = \angle FCB,$$

$$\therefore BE = BC,$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle FCB (\text{AAS});$$

$$\textcircled{2} \text{解: } 20;$$

(2)解:  $\therefore$ 在菱形  $ABCD$  中,

$$\therefore \cos A = \frac{1}{3}, AD \parallel BC, AB = BC,$$

$$\therefore \angle CBE = \angle A,$$

$$\therefore CE \perp AB, \text{ 即 } \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore BE = BC \cdot \cos \angle CBE = BC \cdot \cos \angle A = \frac{1}{3}BC,$$

$$\therefore AE = AB + BE = AB + \frac{1}{3}BC = AB + \frac{1}{3}AB = \frac{4}{3}AB,$$

$$\therefore EF \perp AD,$$

$$\therefore \angle AFE = \angle BEC = 90^\circ,$$

$$\therefore \triangle AFE \sim \triangle BEC,$$

$$\therefore \frac{AE}{BC} = \frac{EF}{CE},$$

$$\therefore EF \cdot BC = AE \cdot CE = \frac{4}{3}AB \cdot CE = \frac{4}{3}S_{\text{菱形}ABCD} = \frac{4}{3} \times 24 = 32;$$

(3)解:  $AG$  的长为 3 或 4 或  $\frac{3}{2}$ .

**【解析】**由 $\textcircled{1}$ 可得  $\angle ABE = \angle FCB$ ,  $\angle A = \angle CFB = 90^\circ$ ,  $\therefore \triangle ABE \sim \triangle FCB$ ,  $\therefore \frac{AB}{FC} = \frac{BE}{CB}$ ,  $\therefore S_{\text{矩形}ABCD} = AB \cdot BC = 20$ ,  $\therefore BE \cdot CF = AB \cdot BC = 20$ .

$\textcircled{1}$ 当点  $G$  在  $AD$  边上时, 如解图 $\textcircled{1}$ , 延长  $FE$  交  $AD$  的延长线于点  $M$ , 连接  $GF$ , 过点  $E$  作  $EH \perp DM$  于点  $H$ ,

$$\therefore \text{平行四边形 } ABCD \text{ 中, } AB = 6, CE = 2, \therefore CD = AB = 6, \therefore DE = CD - CE = 6 - 2 = 4,$$

$$\therefore DM \parallel FC,$$

$$\therefore \triangle EDM \sim \triangle ECF,$$

$$\therefore \frac{EM}{EF} = \frac{ED}{EC} = \frac{4}{2} = 2,$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle MGE}}{S_{\triangle FEG}} = \frac{EM}{EF} = 2,$$

$$\therefore S_{\triangle MGE} = 2S_{\triangle FEG} = EF \cdot EG = 7\sqrt{3}, \text{ 在 Rt}\triangle DEH \text{ 中, } \angle HDE = \angle A = 60^\circ, \text{ 则 } EH = \frac{\sqrt{3}}{2}DE = 2$$

$$\sqrt{3}, DH = \frac{1}{2}DE = 2,$$

$$\therefore \frac{1}{2}MG \cdot HE = 7\sqrt{3},$$

$$\therefore MG=7,$$

$$\therefore GE \perp EF, EH \perp MG, \angle MEH = 90^\circ - \angle HEG = \angle HGE,$$

$$\therefore \tan \angle MEH = \tan \angle HGE, \text{ 即 } \frac{HM}{HE} = \frac{HE}{HG},$$

$$\therefore HE^2 = HM \cdot HG, \text{ 设 } AG = a, \text{ 则 } GD = AD - AG = 5 - a, GH = GD + HD = 5 - a + 2 = 7 - a, HM = GM - GH = 7 - (7 - a) = a,$$

$\therefore (2\sqrt{3})^2 = a(7 - a)$ , 解得  $a = 3$  或  $a = 4$ , 即  $AG = 3$  或  $AG = 4$ ; ②当点  $G$  在  $AB$  边上时, 如解图②, 连接  $GF$ , 延长  $GE$  交  $BC$  的延长线于点  $M$ , 过点  $G$  作  $GN \parallel AD$ , 则  $GN \parallel BC$ , 四边形  $ADNG$  是平行四边形, 设  $AG = x$ , 则  $DN = AG = x$ ,  $EN = DE - DN = 4 - x$ ,

$$\therefore GN \parallel CM,$$

$$\therefore \triangle ENG \sim \triangle ECM,$$

$$\therefore \frac{EG}{EM} = \frac{GN}{MC} = \frac{EN}{EC} = \frac{4-x}{2},$$

$$\therefore CM = \frac{2GN}{4-x} = \frac{10}{4-x},$$

$$\therefore \frac{S_{\triangle GEF}}{S_{\triangle MEF}} = \frac{EG}{EM} = \frac{4-x}{2},$$

$$\therefore EF \cdot EG = 7\sqrt{3},$$

$$\therefore S_{\triangle MEF} = \frac{2S_{\triangle GEF}}{4-x} = \frac{7\sqrt{3}}{4-x}, \text{ 过点 } E \text{ 作 } EH \perp BC \text{ 于点 } H, \text{ 在 Rt}\triangle EHC \text{ 中, } EC = 2, \angle ECH = 60^\circ,$$

$$\therefore EH = \sqrt{3}, CH = 1,$$

$$\therefore S_{\triangle MEF} = \frac{1}{2}MF \cdot EH, \text{ 则 } \frac{1}{2}MF \times \sqrt{3} = \frac{7\sqrt{3}}{4-x},$$

$$\therefore MF = \frac{14}{4-x},$$

$$\therefore FH = MF - CM - CH = \frac{14}{4-x} - \frac{10}{4-x} - 1 = \frac{x}{4-x}, MH = CM + CH = \frac{10}{4-x} + 1 = \frac{14-x}{4-x},$$

$$\therefore \angle MEF = \angle EHM = 90^\circ, \angle FEH = 90^\circ - \angle MEH = \angle M,$$

$$\therefore \tan \angle FEH = \tan \angle M, \text{ 即 } \frac{FH}{EH} = \frac{EH}{HM},$$

$$\therefore EH^2 = FH \cdot HM, \text{ 即 } (\sqrt{3})^2 = \frac{x}{4-x} \times \frac{14-x}{4-x}, \text{ 解得 } x = \frac{3}{2} \text{ 或 } x = 8 \text{ (舍去)}, \text{ 即 } AG = \frac{3}{2}; \text{ ③当点 } G \text{ 在 } BC$$

边上时, 如解图③, 过点  $B$  作  $BT \perp DC$  于点  $T$ , 在  $\text{Rt}\triangle BTC$  中,  $TC = \frac{1}{2}BC = \frac{5}{2}$ ,

$$\therefore BT = \sqrt{3}TC = \frac{5\sqrt{3}}{2},$$

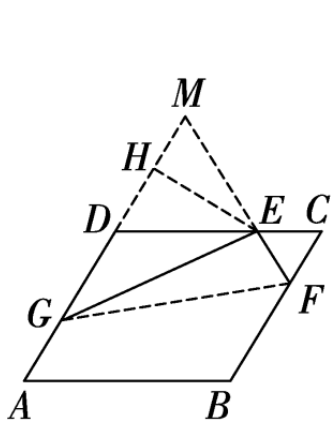
$$\therefore S_{\triangle BTC} = \frac{1}{2}BT \cdot TC = \frac{1}{2} \times \frac{5\sqrt{3}}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{25\sqrt{3}}{8},$$

$$\therefore EF \cdot EG = 7\sqrt{3},$$

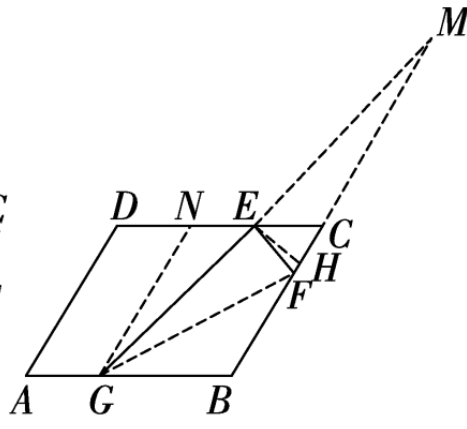
$$\therefore S_{\triangle EFG} = \frac{7\sqrt{3}}{2},$$

$$\therefore \frac{25\sqrt{3}}{8} < \frac{7\sqrt{3}}{2},$$

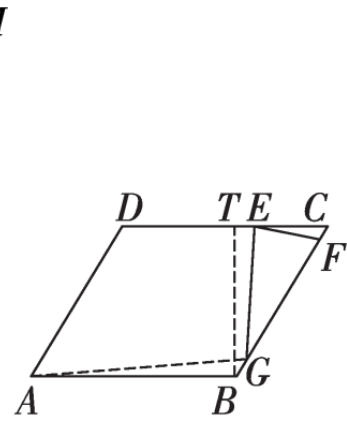
$\therefore$  点  $G$  不可能在  $BC$  边上, 综上所述,  $AG$  的长为 3 或 4 或  $\frac{3}{2}$ .



解图①



解图②



解图③