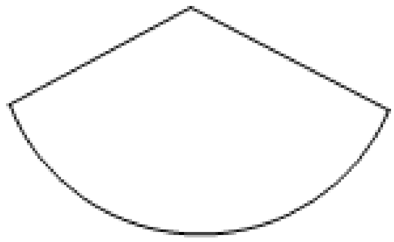
2022年广州市初中学业水平考试•数学

学校：______________ 班级：______________ 姓名：______________

全卷总分:120 分　　考试时间:120 分钟

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．）

1. 如图是一个几何体的侧面展开图，这个几何体可以是（　　）



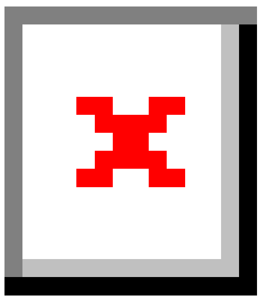
A．圆锥　　B．圆柱　　C．棱锥　　D．棱柱

1. A

【解析】∵圆锥的侧面展开图是扇形，∴判断这个几何体是圆锥，

故选：A．

2. 下列图形中，是中心对称图形的是（　　）



2. C

【解析】A．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

B．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

C．是中心对称图形，故此选项符合题意；

D．不是中心对称图形，故此选项不合题意；

故选：C．

3. 代数式 $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$有意义时，x 应满足的条件为（　　）

A．$x\neq-1$　　B．$x>-1$　　C．$x<-1$　　D．$x\leq-1$

3. B

【解析】代数式 $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$有意义时，$x+1>0$，解得：$x>-1$．故选：B．

4. 点（3，－5）在正比例函数 $y=kx$（$k\neq0$）的图象上，则 k 的值为（　　）

A．－15　　B．15

C．$-\frac{3}{5}$　　D．$-\frac{5}{3}$

4. D

【解析】∵点（3，－5）在正比例函数 $y=kx$（$k\neq0$）的图象上，∴$-5=3k$，解得：$k=-\frac{5}{3}$.

5. 下列运算正确的是（　　）

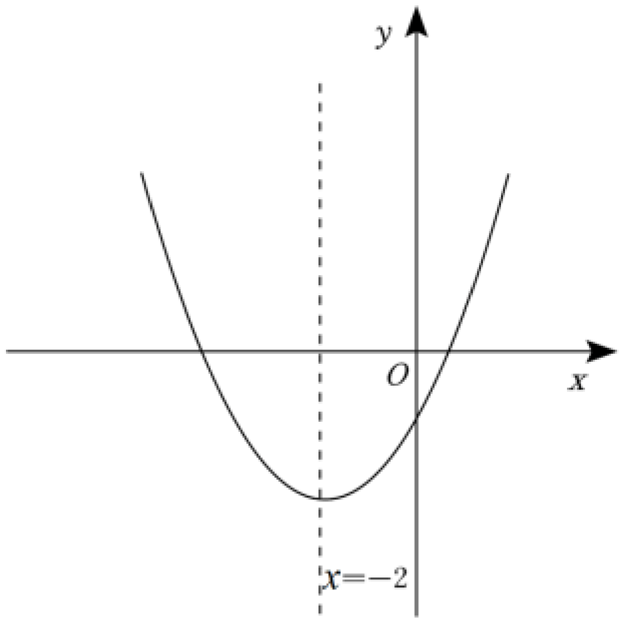
A．$\sqrt[3]{-8}=2$　　B．$\frac{a+1}{a}-\frac{1}{a}=a$（$a\neq0$）

C．$\sqrt{5}+\sqrt{5}=\sqrt{10}$　　D．$a^2\bullet a^3=a^5$

5. D

【解析】A．$\sqrt[3]{-8}=-2$，故此选项不合题意；B．$\frac{a+1}{a}-\frac{1}{a}=1$，故此选项不合题意；C．$\sqrt{5}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$，故此选项不合题意；D．$a^2\bullet a^3=a^5$，故此选项符合题意；故选：D．

6. 如图，抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的对称轴为 $x=-2$，下列结论正确的是（　　）



A．$a<0$

B．$c>0$

C．当 $x<-2$ 时，y 随 x 的增大而减小

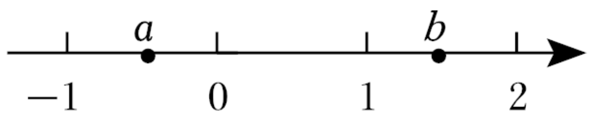
D．当 $x>-2$ 时，y 随 x 的增大而减小

6. C

【解析】∵图象开口向上，∴$a>0$，故 A 不正确；∵图象与 y 轴交于负半轴，∴$c<0$，故 B 不正确；∵抛物线开口向上，对称轴为直线 $x=-2$，∴当 $x<-2$ 时，y 随 x 的增大而减小，$x>-2$ 时，y 随 x 的增大而增大，故 C 正确，D 不正确；

故选：C．

7. 实数 a，b 在数轴上的位置如图所示，则（　　）



A．$a=b$　　　　B．$a>b$　　　　C．$|a|<|b|$　　　　D．$|a|>|b|$

7. C

【解析】A．∵$a<0$，$b>0$，∴$a\neq b$，故不符合题意；B．∵$a<0$，$b>0$，∴$a<b$，故不符合题意；C．由数轴可知$|a|<|b|$，故符合题意；D．由 C 可知不符合题意．故选：C．

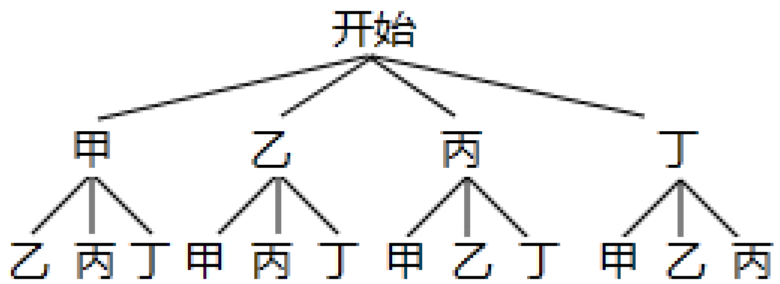
8. 为了疫情防控，某小区需要从甲、乙、丙、丁 4 名志愿者中随机抽取 2 名负责该小区入口处的测温工作，则甲被抽中的概率是（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　　　B．$\frac{1}{4}$

C．$\frac{3}{4}$　　　　D．$\frac{5}{12}$

8. A

【解析】画树状图如下：

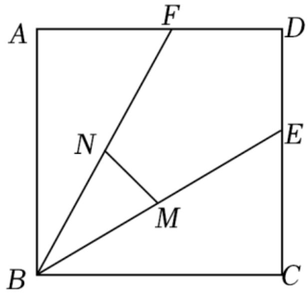


解图

共有 12 种等可能的结果，其中甲被抽中的结果有 6 种，∴甲被抽中的概率为 $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$，

故选：A．

9. 如图，正方形 $ABCD$ 的面积为 3，点 E 在边 CD 上，且 $CE=1$，$\angle ABE$ 的平分线交 AD 于点 F，点 M，N 分别是 BE，BF 的中点，则 MN 的长为（　　）



A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

C. $2-\sqrt{3}$　　D. $\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$

9. D

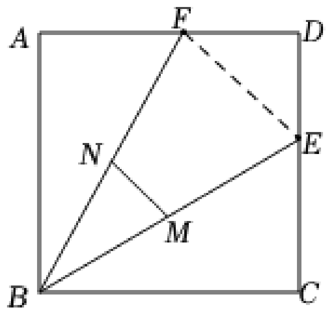
【解析】连接 EF，如解图：∵正方形 $ABCD$ 的面积为 3，∴$AB=BC=CD=AD=\sqrt{3}$，

∵$CE=1$，∴$DE=\sqrt{3}-1$，$\tan\angle EBC=\frac{CE}{BC}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，∴$\angle EBC=30°$，∴$\angle ABE=\angle ABC-\angle EBC=60°$，

∵AF 平分$\angle ABE$，∴$\angle ABF=\frac{1}{2}\angle ABE=30°$，在 $Rt\triangle ABF$ 中，$AF=\frac{AB}{\sqrt{3}}=1$，∴$DF=AD-AF=\sqrt{3}-1$，∴$DE=DF$，$\triangle DEF$ 是等腰直角三角形，∴$EF=\sqrt{2}DE=\sqrt{2}\times(\sqrt{3}-1)=\sqrt{6}-\sqrt{2}$，

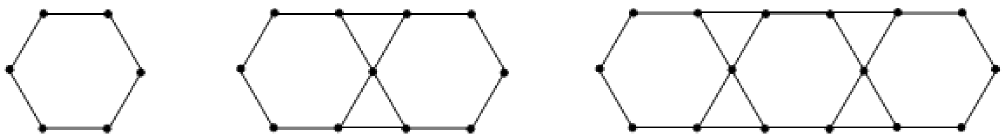
∵M，N 分别是 BE，BF 的中点，∴MN 是$\triangle BEF$ 的中位线，∴$MN=\frac{1}{2}EF=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}$.

故选：D.



解图

10. 如图，用若干根相同的小木棒拼成图形，拼第 1 个图形需要 6 根小木棒，拼第 2 个图形需要 14 根小木棒，拼第 3 个图形需要 22 根小木棒……若按照这样的方法拼成的第 n 个图形需要 2022 根小木棒，则 n 的值为（　　）



第1个图形　　第2个图形　　第3个图形

A. 252　　B. 253　　C. 336　　D. 337

10. B

【解析】由题意知，第 1 个图形需要 6 根小木棒，

第 2 个图形需要 $6\times2+2=14$ 根小木棒，

第 3 个图形需要 $6\times3+2\times2=22$ 根小木棒，

按此规律，第 n 个图形需要 $6n+2(n-1)=(8n-2)$ 根小木棒，

当 $8n-2=2022$ 时，

解得 $n=253$，

故选：B．

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分。）

11. 在甲、乙两位射击运动员的 10 次考核成绩中，两人的考核成绩的平均数相同，方差分别为 $S_{甲}^2=1.45$，$S_{乙}^2=0.85$，则考核成绩更为稳定的运动员是______．（填“甲”、“乙”中的一个）．

11. 乙．

【解析】∵两人的考核成绩的平均数相同，方差分别为 $S_{甲}^2=1.45$，$S_{乙}^2=0.85$，∴$S_{甲}^2>S_{乙}^2$，

∴考核成绩更为稳定的运动员是乙；

故答案为：乙．

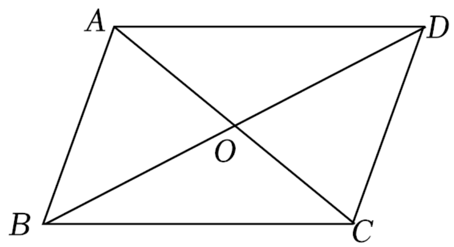
12. 分解因式：$3a^2-21ab=$______．

12. $3a(a-7b)$

【解析】$3a^2-21ab=3a(a-7b)$．

故答案为：$3a(a-7b)$．

13. 如图，在▱$ABCD$ 中，$AD=10$，对角线 AC 与 BD 相交于点 O，$AC+BD=22$，则△BOC 的周长为___．



13. 21．

【解析】∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，∴$AO=OC=\frac{1}{2}AC$，$BO=OD=\frac{1}{2}BD$，$AD=BC=10$，

∵$AC+BD=22$，∴$OC+BO=11$，∴△BOC 的周长$=OC+OB+BC=11+10=21$．

故答案为：21．

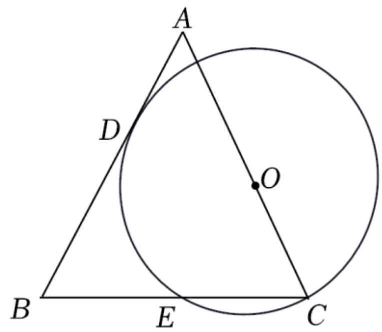
14. 分式方程 $\frac{3}{2x}=\frac{2}{x+1}$的解是____.

14. $x=3$．

【解析】$\frac{3}{2x}=\frac{2}{x+1}$，$3(x+1)=4x$，解得：$x=3$，检验：当 $x=3$ 时，$2x(x+1)\neq0$，$\therefore x=3$ 是原方程的根，

故答案为：$x=3$．

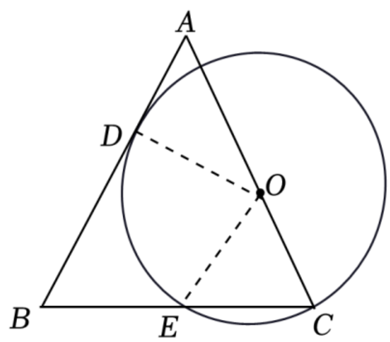
15. 如图，在△ABC 中，$AB=AC$，点 O 在边 AC 上，以 O 为圆心，4 为半径的圆恰好过点 C，且与边 AB 相切于点 D，交 BC 于点 E，则劣弧 $\overset{\frown}{DE}$的长是______．（结果保留 π）



15. 2π

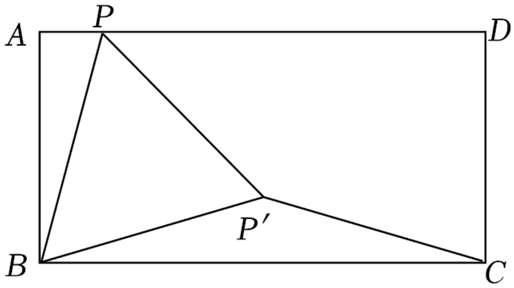
【解析】如解图，连接 OD，OE，$\because OC=OE$，$\therefore\angle OCE=\angle OEC$，$\because AB=AC$，$\therefore\angle ABC=\angle ACB$，$\because\angle A+\angle ABC+\angle ACB=\angle COE+\angle OCE+\angle OEC$，$\therefore\angle A=\angle COE$，$\because$圆 O 与边 AB 相切于点 D，$\therefore\angle ADO=90°$，$\therefore\angle COE+\angle AOD=90°$，$\therefore\angle DOE=180°-(\angle COE+\angle AOD)=90°$，$\therefore$劣弧 $\overset{\frown}{DE}$的长是 $\frac{90\times\pi\times4}{180}=2\pi$．

故答案为：2π．



解图

16. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，$BC=2AB$，点 P 为边 AD 上的一个动点，线段 BP 绕点 B 顺时针旋转 60°得到线段 BP'，连接 PP'，CP'．当点 P'落在边 BC 上时，$\angle PP'C$ 的度数为______；当线段 CP'的长度最小时，$\angle PP'C$ 的度数为______．



16. 120°, 75°

【解析】如解图 1，以 AB 为边向右作等边△ABE，连接 EP'．∵△BPP'是等边三角形，∴$\angle ABE=\angle PBP'=60°$，$BP=BP'$，$BA=BE$，

∴$\angle ABP=\angle EBP'$，

在△ABP 和△EBP'中，$\begin{cases} BA=BE \\ \angle ABP=\angle EBP' \\ BP=BP' \end{cases}$，∴△$ABP$≌△$EBP'$（SAS），

∴$\angle BAP=\angle BEP'=90°$，∴点 P'在射线 EP'上运动，如解图 2 中，设 EP'交 BC 于点 O，

当点 P'落在 BC 上时，点 P'与 O 重合，此时$\angle PP'C=180°-60°=120°$，

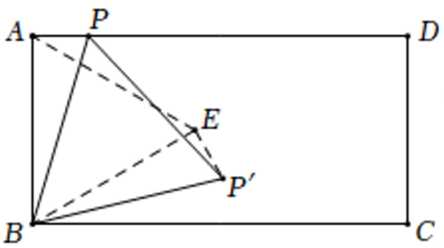
当 $CP'\perp EP'$时，CP'的长最小，此时$\angle EBO=\angle OCP'=30°$，

∴$EO=\frac{1}{2}OB$，$OP'=\frac{1}{2}OC$，∴$EP'=EO+OP'=\frac{1}{2}OB+\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}BC$，

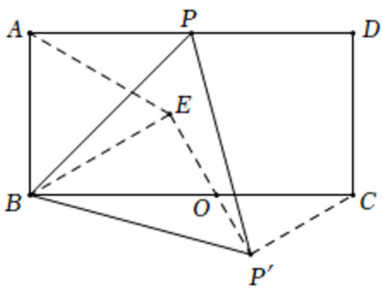
∵$BC=2AB$，∴$EP'=AB=EB$，∴$\angle EBP'=\angle EP'B=45°$，

∴$\angle BP'C=45°+90°=135°$，∴$\angle PP'C=\angle BP'C-\angle BP'P=135°-60°=75°$．

故答案为：120°，75°．



解图 1



解图 2

三、解答题（本大题共 9 小题，满分 72 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．）

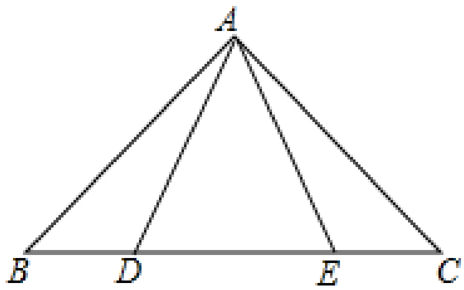
17. 解不等式：$3x-2<4$．

17. 解：移项得：$3x<4+2$，

合并同类项得：$3x<6$，

系数化为 1 得：$x<2$．

18. 如图，点 D，E 在△ABC 的边 BC 上，∠B＝∠C，BD＝CE，求证：△ABD≌△ACE．



18. 证明：∵∠B＝∠C，

∴AB＝AC，

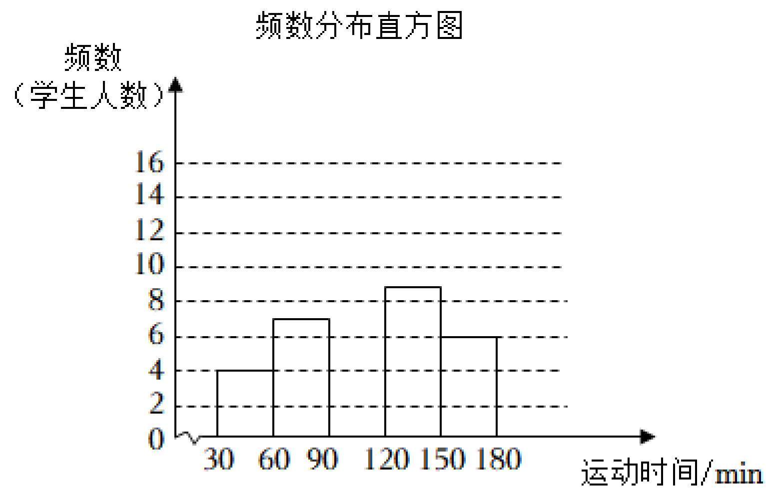
在△ABD 和△ACE 中，$\begin{cases} AB = AC \\ \angle B = \angle C, \\ BD = CE \end{cases}$

∴△ABD≌△ACE（SAS）．

19. 某校在九年级学生中随机抽取了若干名学生参加“平均每天体育运动时间”的调查，根据调查结果绘制了如下不完整的频数分布表和频数分布直方图．

频数分布表

运动时间 t/min	频数	频率
$30 \le t < 60$	4	0.1
$60 \le t < 90$	7	0.175
$90 \le t < 120$	a	0.35
$120 \le t < 150$	9	0.225
$150 \le t < 180$	6	b
合计	n	1



请根据图表中的信息解答下列问题：

（1）频数分布表中的 a＝______，b＝______，n＝______；

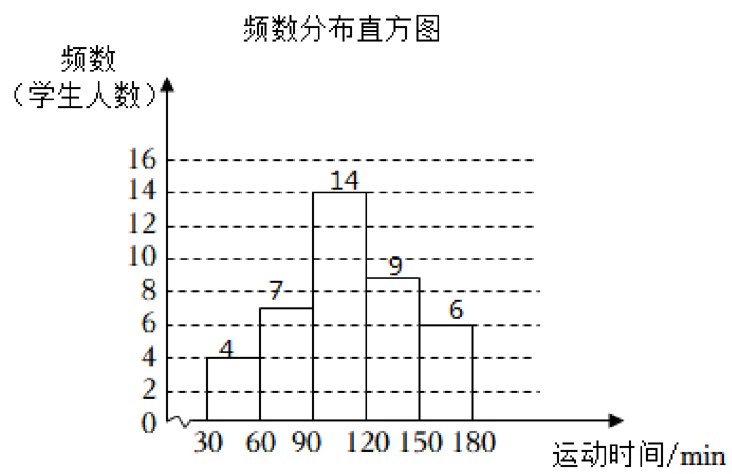
（2）请补全频数分布直方图；

（3）若该校九年级共有 480 名学生，试估计该校九年级学生平均每天体育运动时间不低于 120min 的学生人数．

19. 解：（1）由题意可知，$n=4\div0.1=40$，$\therefore a=40\times0.35=14$，$b=6\div40=0.15$，

故答案为：14；0.15；40；

（2）补全频数分布直方图如下：



解图

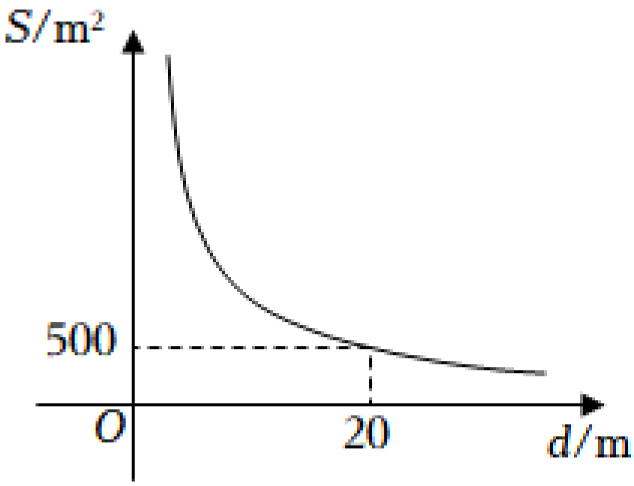
（3）$480\times\frac{9+6}{40}=180$（名）．

答：估计该校九年级学生平均每天体育运动时间不低于 120min 的学生人数为 180 名．

20. 某燃气公司计划在地下修建一个容积为 V（V 为定值，单位：m^3）的圆柱形天然气储存室，储存室的底面积 S（单位：m^2）与其深度 d（单位：m）是反比例函数关系，它的图象如图所示．

（1）求储存室的容积 V 的值；

（2）受地形条件限制，储存室的深度 d 需要满足 $16\le d\le 25$，求储存室的底面积 S 的取值范围．



20. 解：（1）设底面积 S 与深度 d 的反比例函数解析式为 $S=\frac{V}{d}$，

把点（20，500）代入解析式得 $500=\frac{V}{20}$，

$\therefore V=10000$；

（2）由（1）得 $S=\frac{10000}{d}$，$\because S$ 随 d 的增大而减小，

$\therefore$ 当 $16\le d\le 25$ 时，$400\le S\le 625$．

21. 已知 $T=(a+3b)^2+(2a+3b)(2a-3b)+a^2$．

（1）化简 T；

（2）若关于 x 的方程 $x^2+2ax-ab+1=0$ 有两个相等的实数根，求 T 的值．

21. 解：（1）$T=(a+3b)^2+(2a+3b)(2a-3b)+a^2$

$=a^2+6ab+9b^2+4a^2-9b^2+a^2$

$=6a^2+6ab$；

（2）$\because$ 关于 x 的方程 $x^2+2ax-ab+1=0$ 有两个相等的实数根，

$\therefore \Delta=(2a)^2-4(-ab+1)=0$，

$\therefore a^2+ab=1$，

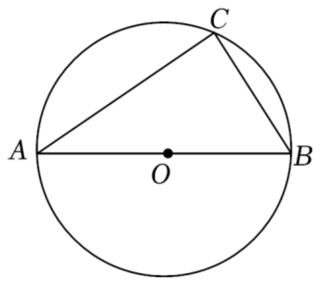
由（1）知 $T=6a^2+6ab$

$\therefore T=6\times 1=6$．

22. 如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，且 $AC=8$，$BC=6$．

（1）尺规作图：过点 O 作 AC 的垂线，交劣弧 $\overset{\frown}{AC}$ 于点 D，连接 CD（保留作图痕迹，不写作法）；

（2）在（1）所作的图形中，求点 O 到 AC 的距离及 $\sin\angle ACD$ 的值．



22. 解：（1）分别以 A、C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 为半径画弧，在 AC 的两侧分别相交于 P、Q 两点，画直线 PQ 交劣弧 $\overset{\frown}{AC}$ 于点 D，交 AC 于点 E，即作线段 AC 的垂直平分线，由垂径定理可知，直线 PQ 一定过点 O；

（2）$\because AB$ 是⊙O 的直径，$\therefore\angle ACB=90°$，

在 Rt△ABC 中，且 $AC=8$，$BC=6$．$\therefore AB=\sqrt{AC^2+BC^2}=10$，

$\because OD\perp AC$，$\therefore AE=CE=\frac{1}{2}AC=4$，

又$\because OA=OB$，$\therefore OE$ 是△ABC 的中位线，

$\therefore OE=\frac{1}{2}BC=3$，

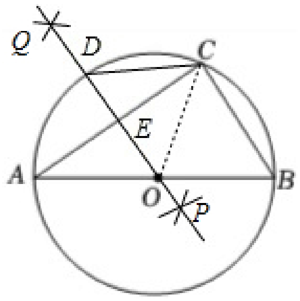
由于 PQ 过圆心 O，且 $PQ\perp AC$，

即点 O 到 AC 的距离为 3，

连接 OC，在 Rt△CDE 中，$\because DE=OD-OE=5-3=2$，$CE=4$，

$\therefore CD=\sqrt{DE^2+EC^2}=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore\sin\angle ACD=\frac{DE}{CD}=\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

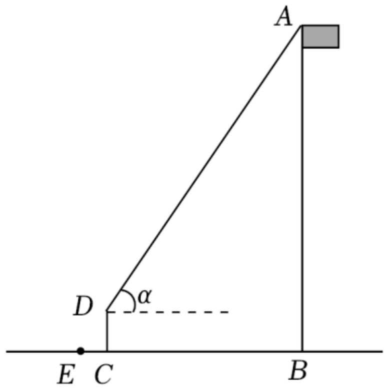


答案图

23. 某数学活动小组利用太阳光线下物体的影子和标杆测量旗杆的高度．如图，在某一时刻，旗杆 AB 的影子为 BC，与此同时在 C 处立一根标杆 CD，标杆 CD 的影子为 CE，$CD=1.6$m，$BC=5CD$．

（1）求 BC 的长；

（2）从条件①、条件②这两个条件中选择一个作为已知，求旗杆 AB 的高度．条件①：CE＝1.0m；条件②：从 D 处看旗杆顶部 A 的仰角 α 为 54.46°．注：如果选择条件①和条件②分别作答，按第一个解答计分．参考数据：sin54.46°≈0.81，cos54.46°≈0.58，tan54.46°≈1.40．



23. 解：（1）∵BC＝5CD，CD＝1.6m，

∴BC＝5×1.6＝8（m），

∴BC 的长为 8m；

（2）若选择条件①：由题意得：$\frac{AB}{BC}=\frac{DC}{CE}$，

∴ $\frac{AB}{8}=\frac{1.6}{1}$，

∴AB＝12.8，

∴旗杆 AB 的高度为 12.8m；

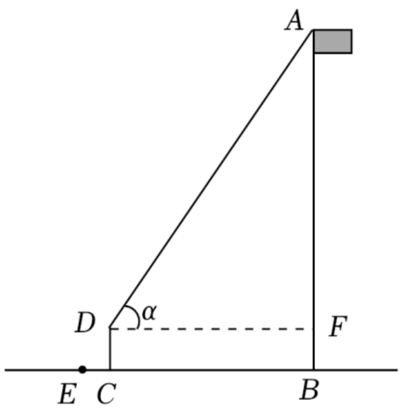
若选择条件②：过点 D 作 $DF⊥AB$，垂足为 F，则 DC＝BF＝1.6m，DF＝BC＝8m，

在 Rt△ADF 中，∠ADF＝54.46°，

∴AF＝DF•tan54.46°≈8×1.4＝11.2（m），

∴AB＝AF+BF＝11.2+1.6＝12.8（m），

∴旗杆 AB 的高度约为 12.8m．



24. 已知直线 l：y＝kx+b 经过点（0，7）和点（1，6）．

（1）求直线 l 的解析式；

（2）若点 P（m，n）在直线 l 上，以 P 为顶点的抛物线 G 过点（0，﹣3），且开口向下．

①求 m 的取值范围；

②设抛物线 G 与直线 l 的另一个交点为 Q，当点 Q 向左平移 1 个单位长度后得到的点 Q' 也在 G 上时，求 G 在 $\frac{4m}{5}\le x\le\frac{4m}{5}+1$ 的图象的最高点的坐标．

24. 解：（1）将点（0，7）和点（1，6）代入 $y=kx+b$，

$\therefore\begin{cases}b=7\\k+b=6\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k=-1\\b=7\end{cases}$，$\therefore y=-x+7$；

①$\because$点 P（m，n）在直线 l 上，$\therefore n=-m+7$，

设抛物线的解析式为 $y=a(x-m)^2+7-m$，

$\because$抛物线经过点（0，﹣3），$\therefore am^2+7-m=-3$，$\therefore a=\frac{m-10}{m^2}$，

$\because$抛物线开口向下，$\therefore a<0$，$\therefore a=\frac{m-10}{m^2}<0$，$\therefore m<10$ 且 $m\neq0$；

②$\because$抛物线的对称轴为直线 $x=m$，

$\therefore Q$ 点与 Q' 关于 $x=m$ 对称，$\therefore Q$ 点的横坐标为 $m+\frac{1}{2}$，

联立方程组 $\begin{cases}y=-x+7\\y=a(x-m)^2+7-m\end{cases}$，整理得 $ax^2+(1-2ma)x+am^2-m=0$，

$\because P$ 点和 Q 点是直线 l 与抛物线 G 的交点，

$\therefore m+m+\frac{1}{2}=2m-\frac{1}{a}$，$\therefore a=-2$，

$\therefore y=-2(x-m)^2+7-m$，$\therefore -2m^2+7-m=-3$，解得 $m=2$ 或 $m=-\frac{5}{2}$，

当 $m=2$ 时，$y=-2(x-2)^2+5$，此时抛物线的对称轴为直线 $x=2$，图象在 $\frac{8}{5}\le x\le\frac{13}{5}$ 上的最高点坐标为（2，5）；

当 $m=-\frac{5}{2}$ 时，$y=-2(x+\frac{5}{2})^2+\frac{19}{2}$，

此时抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{5}{2}$，图象在 $-2\le x\le-1$ 上的最高点坐标为（﹣2，9）；

综上所述：G 在 $\frac{4m}{5}\le x\le\frac{4m}{5}+1$ 的图象的最高点的坐标为（﹣2，9）或（2，5）．

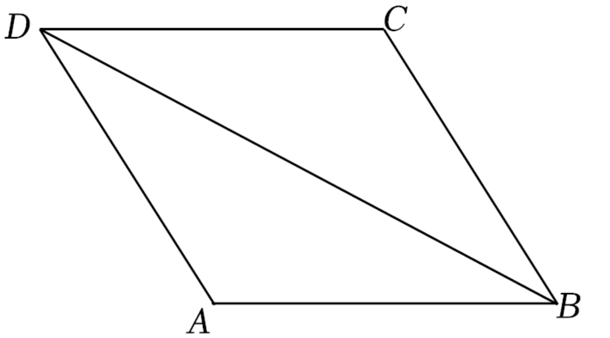
25. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=120°$，$AB=6$，连接 BD．

（1）求 BD 的长；

（2）点 E 为线段 BD 上一动点（不与点 B，D 重合），点 F 在边 AD 上，且 $BE=\sqrt{3}DF$．

①当 $CE\perp AB$ 时，求四边形 $ABEF$ 的面积；

②当四边形 $ABEF$ 的面积取得最小值时，$CE+\sqrt{3}CF$ 的值是否也最小？如果是，求 $CE+\sqrt{3}CF$ 的最小值；如果不是，请说明理由．

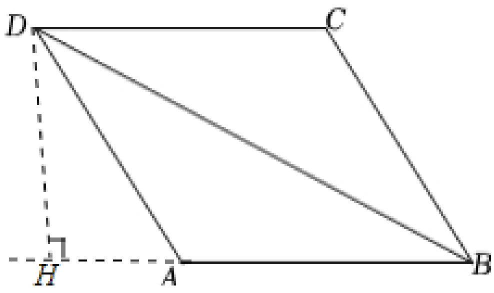


25. 解：（1）过点 D 作 $DH\perp AB$ 交 BA 的延长线于 H，如解图：

∵四边形 $ABCD$ 是菱形，∴$AD=AB=6$，

∵$\angle BAD=120°$，∴$\angle DAH=60°$，

在 Rt△ADH 中，$DH=AD\cdot\sin\angle DAH=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$，$AH=AD\cdot\cos\angle DAH=6\times\frac{1}{2}=3$，∴$BD=\sqrt{DH^2+BH^2}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+(6+3)^2}=6\sqrt{3}$；



解图

①设 $CE\perp AB$ 交 AB 于 M 点，过点 F 作 $FN\perp AB$ 交 BA 的延长线于 N，如解图：菱形 $ABCD$ 中，

∵$AB=BC=CD=AD=6$，$AD\parallel BC$，$\angle BAD=120°$，∴$\angle ABC+\angle BAD=180°$，∴$\angle ABC=180°-\angle BAD=60°$，

在 Rt△BCM 中，$BM=BC\cdot\cos\angle ABC=6\times\frac{1}{2}=3$，∵$BD$ 是菱形 $ABCD$ 的对角线，∴$\angle DBA=\frac{1}{2}\angle ABC=30°$，

在 Rt△BEM 中，$ME=BM\cdot\tan\angle DBM=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$，$BE=\frac{BM}{\cos\ \angle DBM}=\frac{3}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2\sqrt{3}$，∵$BE=\sqrt{3}DF$，∴$DF=2$，∴$AF=AD-DF=4$，

在 Rt△AFN 中，$\angle FAN=180°-\angle BAD=60°$，∴$FN=AF\cdot\sin\angle FAN=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$，$AN=AF\cdot\cos\angle FAN=4\times\frac{1}{2}=2$，∴$MN=AB+AN-BM=6+2-3=5$，

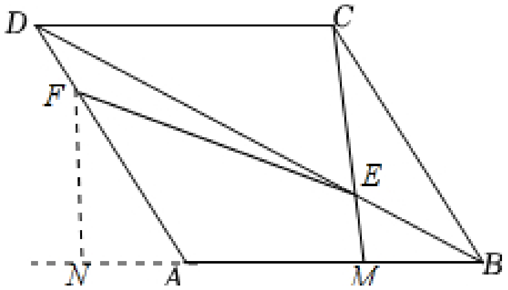
∴$S_{四边形ABEF}=S_{\triangle BEM}+S_{梯形EMNF}-S_{\triangle AFN}$

$=\frac{1}{2}EM\cdot BM+\frac{1}{2}(EM+FN)\cdot MN-\frac{1}{2}AN\cdot FN$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times3+\frac{1}{2}\times(\sqrt{3}+2\sqrt{3})\times5-\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}$

$=\frac{3}{2}\sqrt{3}+\frac{15}{2}\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=7\sqrt{3}$；



解图

②当四边形 $ABEF$ 的面积取最小值时，$CE+\sqrt{3}CF$ 的值是最小，

理由：设 $DF=x$，则 $BE=\sqrt{3}DF=\sqrt{3}x$，过点 C 作 $CH\perp AB$ 于点 H，过点 F 作 $FG\perp CH$ 于点 G，

过点 E 作 $EY\perp CH$ 于点 Y，作 $EM\perp AB$ 于 M 点，过点 F 作 $FN\perp AB$ 交 BA 的延长线于 N，如解图 1：

∴$EY\parallel FG\parallel AB$，$FN\parallel CH$，∴四边形 $EMHY$、$FNHG$ 是矩形，∴$FN=GH$，$FG=NH$，$EY=MH$，$EM=YH$，

由①可知：$ME=\frac{1}{2}BE=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$BM=\frac{\sqrt{3}}{2}BE=\frac{3}{2}x$，$AN=\frac{1}{2}AF=\frac{1}{2}(AD-DF)=3-\frac{1}{2}x$，$FN=\frac{\sqrt{3}}{2}AF=\frac{6\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{2}$，

$CH=\frac{\sqrt{3}}{2}BC=3\sqrt{3}$，$BH=\frac{1}{2}BC=3$，∴$AM=AB-BM=6-\frac{3}{2}xAH=AB-BH=3$，$YH=ME=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$GH=FN=\frac{6\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{2}$，

$EY=MH=BM-BH=\frac{3}{2}x-3$，∴$CY=CH-YH=3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x$，$FG=NH=AN+AH=6-\frac{x}{2}$，$CG=CH-GH=3\sqrt{3}-\frac{6\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}x$，

∴$MN=AB+AN-BM=6+3-\frac{1}{2}x-\frac{3}{2}x=9-2x$

∴$S_{四边形ABEF}=S_{\triangle BEM}+S_{梯形EMNF}-S_{\triangle AFN}$

$=\frac{1}{2}EM\cdot BM+\frac{1}{2}(EM+FN)\cdot MN-\frac{1}{2}AN\cdot FN$

$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}x\times\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{6\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{2}\right)\cdot(9-2x)-\frac{1}{2}\left(3-\frac{1}{2}x\right)\cdot\frac{6\sqrt{3}-\sqrt{3}x}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2-\frac{3\sqrt{3}}{2}x+9\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}$（x - 3）^{2} + $\frac{27\sqrt{3}}{4}$，

∵ $\frac{\sqrt{3}}{4}$ > 0，∴当 x=3 时，四边形 $ABEF$ 的面积取得最小值，

解法一：$CE+\sqrt{3}CF=\sqrt{CY^2+EY^2}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{FG^2+CG^2}$

$=\sqrt{(3\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2+(\frac{3}{2}x-3)^2}+\sqrt{3}\times\sqrt{(6-\frac{1}{2}x)^2+(\frac{\sqrt{3}}{2}x)^2}$

$=\sqrt{27-9x+\frac{3}{4}x^2+\frac{9}{4}x^2-9x+9}+\sqrt{3}\times\sqrt{36-6x+\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x^2}$

$=\sqrt{3x^2-18x+36}+\sqrt{3}\times\sqrt{36-6x+x^2}$

$=\sqrt{3(x-3)^2+9}+\sqrt{3(x-3)^2+81}$，

∵（x - 3）^{2}≥0，当且仅当 x=3 时，（x - 3）^{2}=0，∴$CE+\sqrt{3}CF=\sqrt{3(x-3)^2+9}+\sqrt{3(x-3)^2+81}\geq 12$，

当且仅当 x=3 时，$CE+\sqrt{3}CF$=12，即当 x=3 时，$CE+\sqrt{3}CF$ 的最小值为 12，∴当四边形 $ABEF$ 的面积取最小值时，$CE+\sqrt{3}CF$ 的值也最小，最小值为 12.

方法二：如解图 2：将△BCD 绕点 B 逆时针旋转 60°至△BAG，连接 CG，在 Rt△BCG 中，CG=2BC=12，

∵ $\frac{BE}{DF}=\frac{BG}{DC}=\frac{\sqrt{3}}{1}$，∠$CDF$=∠GB$E$=60°，∴△$BEG$∽△$DFC$，∴ $\frac{GE}{CF}=\frac{BG}{DC}=\frac{\sqrt{3}}{1}$，即 $GE=\sqrt{3}CF$，

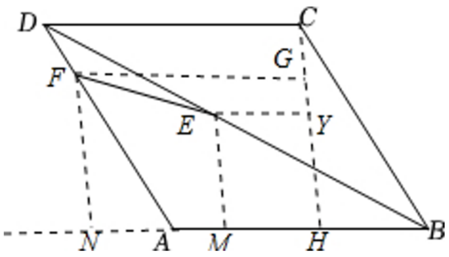
∴$CE+\sqrt{3}CF$=CE+GE≥CG=12，

即当且仅当点 C，E，G 三点共线时，$CE+\sqrt{3}CF$ 的值最小，此时点 E 为菱形对角线的交点，BD 中点，BE=3$\sqrt{3}$，DF=3，

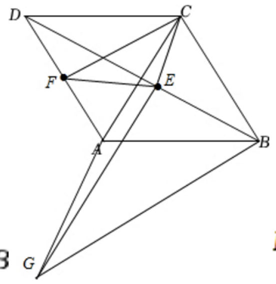
∴当四边形 $ABEF$ 的面积取最小值时，$CE+\sqrt{3}CF$ 的值也最小，最小值为 12.

解法二：如解图 3，在 BD 上截取 DM，使得 DM=2$\sqrt{3}$，在 DA 上取点 F，连接 DF，使得△DFM∽△BEC.

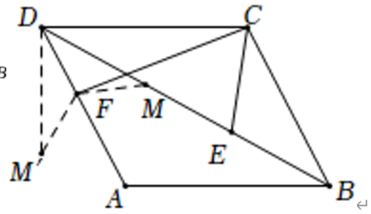
则有 $CE=\sqrt{3}FM$，作点 M 关于 AD 的对称点 M'，∴$CE+\sqrt{3}CF=\sqrt{3}FM+\sqrt{3}CF=\sqrt{3}$（$CF$+$FM$）$=\sqrt{3}$（$CF$+$FM'$），∴当 C，F，M'三点共线时，$CE+\sqrt{3}CF$ 的值最小，此时 DF=3，可得 $CE+\sqrt{3}CF$ 的值也最小，最小值为 12.



解图 1



解图 2



解图 3