2022 年广东省初中学业水平考试•数学

学校：________________ 班级：________________ 姓名：________________

全卷总分:120 分　　考试时间:120 分钟

一、选择题(本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. $|-2|=($　　$)$

A. -2　　B. 2

C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

1. B

【解析】 $|-2|=2$.

2. 计算 2^2 的结果是(　　)

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. 2　　D. 4

2. D

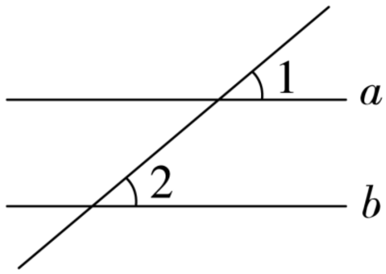
【解析】 $2^2=4$.

3. 下列图形中有稳定性的是(　　)

A. 三角形　　B. 平行四边形　　C. 长方形　　D. 正方形

3. A

4. 如图，直线 $a\parallel b$，$\angle 1=40°$，则$\angle 2=($　　$)$

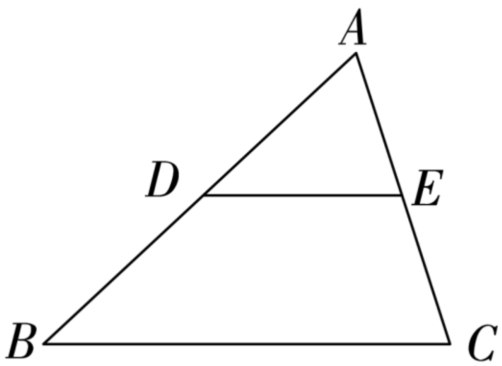


A. 30°　　B. 40°　　C. 50°　　D. 60°

4. B

【解析】 $\because a\parallel b$，$\therefore \angle 2=\angle 1=40°$.

5. 如图，在$\triangle ABC$ 中，$BC=4$，点 D，E 分别为 AB，AC 的中点，则 $DE=($　　$)$



A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. 1　　D. 2

5. D

【解析】∵在△ABC中，点D，E分别为AB，AC的中点，∴DE为△ABC的中位线，∴$DE=\frac{1}{2}BC=2$.

6. 在平面直角坐标系中，将点(1，1)向右平移2个单位后，得到的点的坐标是(　　)

A. (3，1)　　B. (－1，1)　　C. (1，3)　　D. (1，－1)

6. A

【解析】将点(1，1)向右平移2个单位后，得到的点的坐标是(1＋2，1)，即(3，1).

7. 书架上有2本数学书、1本物理书．从中任取1本书是物理书的概率为(　　)

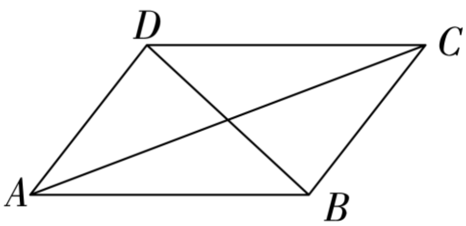
A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

7. B

【解析】∵书架上有2本数学书、1本物理书，∴P(从中任取1本书是物理书)＝$\frac{1}{3}$.

8. 如图，在▱$ABCD$中，一定正确的是(　　)



A. $AD=CD$　　B. $AC=BD$　　C. $AB=CD$　　D. $CD=BC$

8. C

【解析】∵四边形$ABCD$是平行四边形，∴根据平行四边形对边相等可得C选项正确.

9. 点(1，y_1)，(2，y_2)，(3，y_3)，(4，y_4)在反比例函数$y=\frac{4}{x}$图象上，则y_1，y_2，y_3，y_4中最小的是(　　)

A.y_1　　B.y_2

C.y_3　　D.y_4

9. D

【解析】∵点$(1，y_1)$，$(2，y_2)$，$(3，y_3)$，$(4，y_4)$在反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象上，且反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象在第一象限内y随x的增大而减小，∴$y_1>y_2>y_3>y_4$，∴最小的是y_4.

【一题多解】∵点$(1，y_1)$，$(2，y_2)$，$(3，y_3)$，$(4，y_4)$在反比例函数$y=\frac{4}{x}$的图象上，∴将点坐标代入$y=\frac{4}{x}$中，得$y_1=4$，$y_2=2$，$y_3=\frac{4}{3}$，$y_4=1$.∵$4>2>\frac{4}{3}>1$，∴y_1，y_2，y_3，y_4中最小的是y_4.

10. 水中涟漪(圆形水波)不断扩大，记它的半径为r，则圆周长C与r的关系式为$C=2\pi r$.下列判断正确的是(　　)

A. 2是变量　　B. π是变量　　C.r是变量　　D.C是常量

10. C

【解析】在$C=2\pi r$中，r为变量，2和π为常数，C为r的一次函数，C随r的变化而变化.

二、填空题(本大题共5小题，每小题3分，共15分)

11. sin 30°＝___.

11. $\frac{1}{2}$

【解析】$\sin30°=\frac{1}{2}$.

12. 单项式$3xy$的系数为___.

12. 3

【解析】∵单项式中数字因数叫做单项式的系数，∴单项式$3xy$的系数为3.

13. 菱形的边长为5，则它的周长为___.

13. 20

【解析】∵菱形的四条边相等，且边长为5，∴菱形的周长为20.

14. 若$x=1$是方程$x^2-2x+a=0$的根，则$a=$___.

14. 1

【解析】将$x=1$代入方程$x^2-2x+a=0$中，得$1-2+a=0$，解得$a=1$.

15. 扇形的半径为2，圆心角为90°，则该扇形的面积(结果保留π)为___.

15. π

【解析】扇形面积为$\frac{90\pi\times2^2}{360}=\pi$.

三、解答题一(本大题共3小题，每小题8分，共24分)

16. 解不等式组：$\begin{cases}3x-2>1, \\ x+1<3.\end{cases}$

16. 解： 令 $\begin{cases}3x-2>1①, \\ x+1<3②,\end{cases}$

解不等式①，得 $x>1$，

解不等式②，得 $x<2$，

∴原不等式组的解集为 $1<x<2$.

17. 先化简，再求值：$a+\frac{a^2-1}{a-1}$，其中 $a=5$.

17. 解： 原式 $=a+\frac{(a+1)(a-1)}{a-1}$

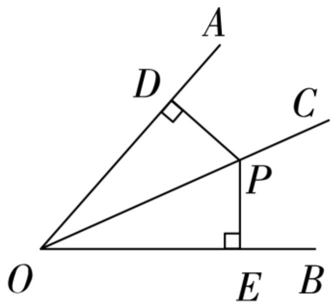
$=a+a+1$

$=2a+1$.

当 $a=5$ 时，原式 $=2\times5+1=11$.

18. 如图，已知 $\angle AOC=\angle BOC$，点 P 在 OC 上，$PD\perp OA$，$PE\perp OB$，垂足分别为 D，E.

求证：$\triangle OPD\cong\triangle OPE$.



18. 证明： ∵$PD\perp OA$，$PE\perp OB$，垂足分别为 D，E，

∴$\angle PDO=\angle PEO=90°$，

在 $\triangle OPD$ 和 $\triangle OPE$ 中，

$\begin{cases}\angle PDO=\angle PEO \\ \angle DOP=\angle EOP, \\ OP=OP\end{cases}$

∴$\triangle OPD\cong\triangle OPE$(AAS).

【一题多解】∵$\angle AOC=\angle BOC$，

∴OC 为 $\angle AOB$ 的平分线.

∵$PD\perp OA$，$PE\perp OB$，

∴$PD=PE$.

在 $\text{Rt}\triangle OPD$ 和 $\text{Rt}\triangle OPE$ 中，

$\begin{cases}OP=OP \\ PD=PE\end{cases}$，

∴Rt△OPD≌Rt△OPE(HL)

四、解答题二(本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分)

19.《九章算术》是我国古代的数学专著，几名学生要凑钱购买 1 本．若每人出 8 元，则多了 3 元；若每人出 7 元，则少了 4 元．问学生人数和该书单价各是多少？

19. 解：设学生有 x 人，该书单价为 y 元.

根据题意可得 $\begin{cases}8x-3=y\\7x+4=y\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}x=7\\y=53\end{cases}$，

答：学生有 7 人，该书单价为 53 元.

【一题多解】设学生有 x 人，

由题意得，$8x-3=7x+4$，

解得 $x=7$，

则该书单价为 $8\times7-3=53$(元).

答：学生有 7 人，该书单价为 53 元.

20. 物理实验证实：在弹性限度内，某弹簧长度 y(cm)与所挂物体质量 x(kg)满足函数关系 $y=kx+15$.下表是测量物体质量时，该弹簧长度与所挂物体质量的数量关系.

x	0	2	5
y	15	19	25

(1)求 y 与 x 的函数关系式；

(2)当弹簧长度为 20cm 时，求所挂物体的质量.

20. 解：(1)将 $x=5$，$y=25$ 代入 $y=kx+15$ 中，

得 $25=5k+15$，

解得 $k=2$，

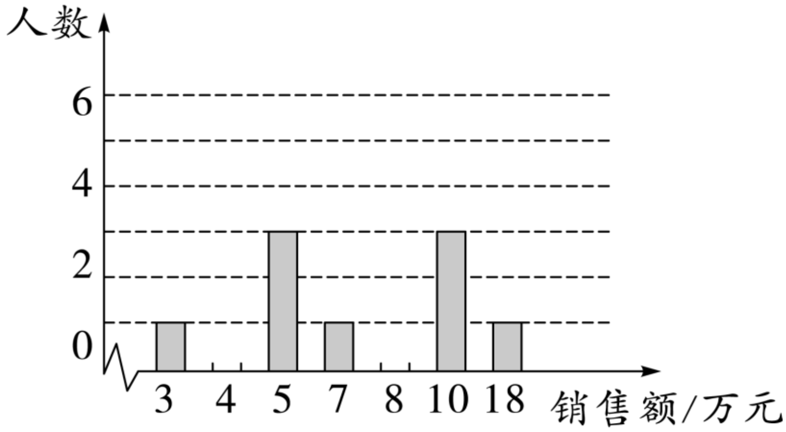
∴y 与 x 的函数关系式为 $y=2x+15$；

(2)当 $y=20$ 时，$20=2x+15$，解得 $x=2.5$，

∴当弹簧的长度为 20cm 时，所挂物体的质量为 2.5kg.

21. 为振兴乡村经济，在农产品网络销售中实行目标管理，根据目标完成的情况对销售员给予适当的奖励，某村委会统计了 15 名销售员在某月的销售额(单位：万元)，数据如下：

10　4　7　5　4　10　5　4　4　18　8　3　5　10　8

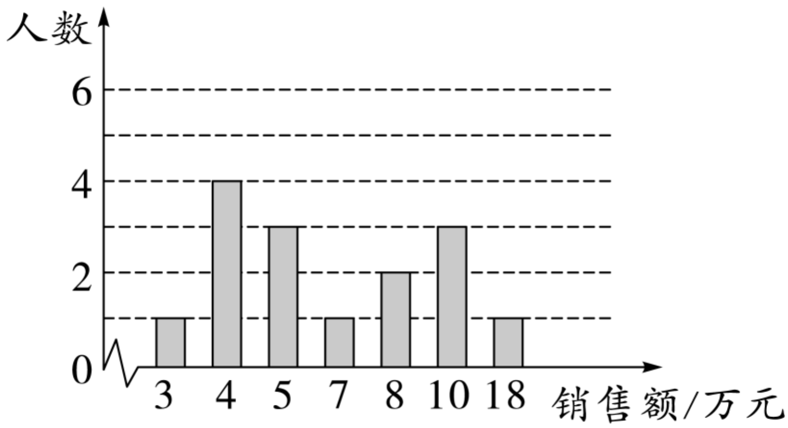


(1) 补全月销售额数据的条形统计图.

(2)月销售额在哪个值的人数最多(众数)？中间的月销售额(中位数)是多少？平均月销售额(平均数)是多少？

(3)根据(2)中的结果，确定一个较高的销售目标给予奖励，你认为月销售额定为多少合适？

21. 解：(1)补全月销售额数据的条形统计图如解图；



解图

(2)∵15 名销售员的销售额中，4 万元最多，

∴月销售额的众数为 4 万元；

将 15 名销售员的销售额按从小到大的顺序排列，第 8 名的销售额为 5 万元；

∴中位数为 5 万元；

平均数为 $\frac{3\times1+4\times4+5\times3+7\times1+8\times2+10\times3+18\times1}{15}=7$(万元)；

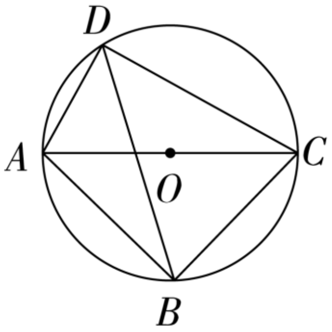
(3)如果想确定一个较高的销售目标，可以定为 7 万元(平均数)，将月销售额定为每月 7 万元是一个较高的目标，大约会有 7 名销售员完成目标，人数接近总人数的一半.

五、解答题三(本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分)

22. 如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，AC 为⊙O 的直径，$\angle ADB=\angle CDB$.

(1)试判断△ABC 的形状，并给出证明；

(2)若 $AB=\sqrt{2}$，$AD=1$，求 CD 的长度.



22. 解：(1)△ABC 为等腰直角三角形.

证明：∵AC 为⊙O 的直径，

∴$\angle ABC=90°$，$\angle ADC=90°$，

∵$\angle ADB=\angle CDB$，

∴$\angle ADB=45°$.

∵$\angle ADB$ 和 $\angle ACB$ 为同弧所对的圆周角，

∴$\angle ACB=\angle ADB=45°$，

∴△ABC 为等腰直角三角形；

(2)由(1)知△ABC 为等腰直角三角形，

∵$AB=\sqrt{2}$，

∴$AC=\sqrt{2}AB=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$，

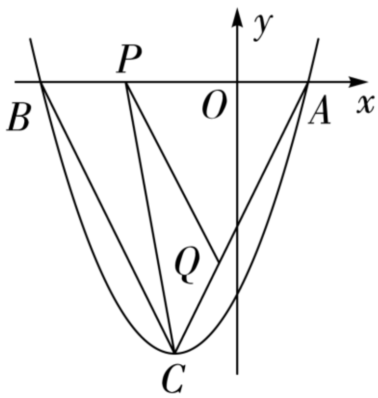
∵在 Rt△ACD 中，$AD=1$，

∴$CD=\sqrt{AC^2-AD^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

23. 如图，抛物线 $y=x^2+bx+c$(b，c 是常数)的顶点为 C，与 x 轴交于 A，B 两点，$A(1，0)$，$AB=4$，点 P 为线段 AB 上的动点，过 P 作 $PQ\parallel BC$ 交 AC 于点 Q.

(1)求该抛物线的解析式；

(2)求△CPQ 面积的最大值，并求此时 P 点坐标.



23. 解：(1)∵$A(1，0)$，$AB=4$，

$\therefore B(-3, 0)$.

将点 $A(1, 0)$，$B(-3, 0)$代入 $y=x^2+bx+c$ 中，得 $\begin{cases}1+b+c=0\\9-3b+c=0\end{cases}$，

解得 $\begin{cases}b=2\\c=-3\end{cases}$，

$\therefore$抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3$；

(2)由(1)知抛物线的解析式为 $y=x^2+2x-3=(x+1)^2-4$，

$\therefore C(-1, -4)$.

设直线 BC 的解析式为 $y=k_1x+m_1(k_1\neq 0)$，

将点 $B(-3, 0)$，$C(-1, -4)$代入 $y=k_1x+m_1$ 中，得 $\begin{cases}-3k_1+m_1=0\\-k_1+m_1=-4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k_1=-2\\m_1=-6\end{cases}$，

$\therefore$直线 BC 的解析式为 $y=-2x-6$，

设直线 AC 的解析式为 $y=k_2x+m_2(k_2\neq 0)$，

将点 $A(1, 0)$，$C(-1, -4)$代入 $y=k_2x+m_2$ 中，得 $\begin{cases}k_2+m_2=0\\-k_2+m_2=-4\end{cases}$，解得 $\begin{cases}k_2=2\\m_2=-2\end{cases}$，

$\therefore$直线 AC 的解析式为 $y=2x-2$.

$\because PQ\parallel BC$，$\therefore$设直线 PQ 的解析式为 $y=-2x+n$，

令 $y=-2x+n=0$，解得 $x=\frac{n}{2}$，$\therefore P(\frac{n}{2}, 0)$，

联立直线 AC 与直线 PQ 的解析式，得 $\begin{cases}y=2x-2\\y=-2x+n\end{cases}$，解得 $\begin{cases}x=\frac{n+2}{4}\\y=\frac{n-2}{2}\end{cases}$，$\therefore Q(\frac{n+2}{4}, \frac{n-2}{2})$，

$\because$点 P 在线段 AB 上，$\therefore -3<\frac{n}{2}<1$，

即 $-6<n<2$，

$\therefore S_{\triangle CPQ}=S_{\triangle CPA}-S_{\triangle QPA}$

$=\frac{1}{2}\times(1-\frac{n}{2})\times 4-\frac{1}{2}\times(1-\frac{n}{2})\times(-\frac{n-2}{2})$

$=-\frac{1}{8}(n+2)^2+2$，

$\because -\frac{1}{8}<0$，

$\therefore$当 $n=-2$ 时，$S_{\triangle CPQ}$取得最大值，最大值为 2.此时点 P 的坐标为$(-1, 0)$.