2026年广东省深圳市南山实验教育集团中考数学三模试卷

参考答案与试题解析

一.选择题（共8小题，每小题3分，满分24分）

1．（3分）以下是四个银行标志图案，图案中既是中心对称图形又是轴对称图形是（　　）

A．　B．　C．　D．

【分析】根据中心对称图形的定义和轴对称图形的定义，对选项逐个判断，即可判断出答案．

【解答】解：A、该图形不是中心对称图形，是轴对称图形，不符合题意；

B、该图形既不是轴对称图形，也不是中心轴对称图形，不符合题意；

C、该图形是中心对称图形，不是轴对称图形，不符合题意；

D、该图形既是轴对称图形，也是中心对称图形，符合题意；

故选：D．

【点评】此题考查了中心对称图形和轴对称图形的概念，掌握相关概念是解题的关键，图形绕一点旋转180°后能够与原图形完全重合则此图形为中心对称图形；轴对称图形的定义：如果一个图形沿一条直线折叠，直线两旁的部分能够互相重合，这个图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴．

2．（3分）某地区某日最高气温是零上8℃，记作+8℃，最低气温是零下3℃，应该记作（　　）

A．－3℃　　B．+3℃　　C．－5℃　　D．+5℃

【分析】在一对具有相反意义的量中，先规定其中一个为正，则另一个就用负表示．

【解答】解："正"和"负"相对，所以，某地区某日最高气温是零上8℃，记作+8℃，最低气温是零下3℃，应该记作－3℃．

故选：A．

【点评】此题主要考查了正负数的意义，解题关键是理解"正"和"负"的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量．

3．（3分）下列运算正确的是（　　）

A．$3a+4b=7ab$　　B．$(3x)^3=9x^3$

C．$(-2ab^2)^2=4a^2b^4$　　D．$(x-2)^2=x^2-4$

【分析】根据合并同类项、积的乘方、完全平方公式等对应法则逐项判断即可．

【解答】解：根据合并同类项、积的乘方、完全平方公式等逐项分析判断如下：

A、∵$3a$与$4b$不是同类项，不能合并，

∴A 错误，不符合题意；

B、∵（$3x$）$^3=3^3x^3=27x^3$，

∴B 错误，不符合题意；

C、∵（﹣$2ab^2$）$^2=$（﹣2）$^2a^2b^4=4a^2b^4$，计算正确，

∴C 正确，符合题意；

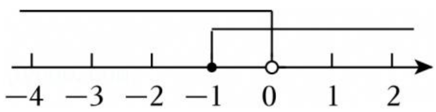
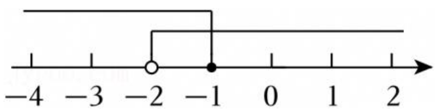
D、∵（x﹣2）$^2=x^2$﹣$4x+4$，

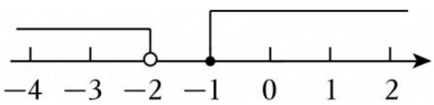
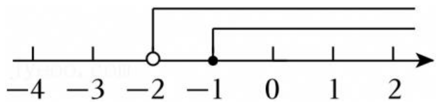
∴D 错误，不符合题意．

故选：C．

【点评】本题考查了整式的混合运算，熟练掌握运算法则是关键．

4．（3 分）不等式组$\begin{cases}3x<5x+4\\x-3(x-2)\le 8\end{cases}$的解集在数轴上表示正确的是（　　）

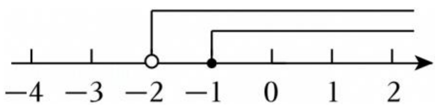
A． B．

C． D．

【分析】分别计算出两个不等式的解集，画出数轴即可．

【解答】解：由 $3x<5x+4$ 得：$x>$﹣2，

由 x﹣3（x﹣2）≤8 得：$x\geq$﹣1，

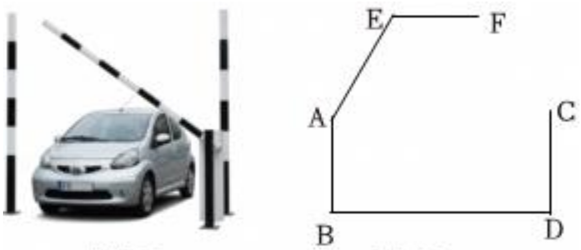
解集在数轴上表示为：，

∴不等式的解集为：$x\geq$﹣1．

故选：D．

【点评】本题考查的是解不等式组，在数轴上表示不等式组的解集，熟知同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到的原则是解题的关键．

5．（3 分）图①是某小区折叠道闸的实景图，图②是其工作示意图，道闸由垂直于地面的立柱 AB、CD 和折叠杆“AE﹣EF”组成．道闸工作时，折叠杆“AE﹣EF”可绕点 A 在一定范围内转动，且杆 EF 始终与地面 BD 保持平行，则下列判断中，正确的是（　　）



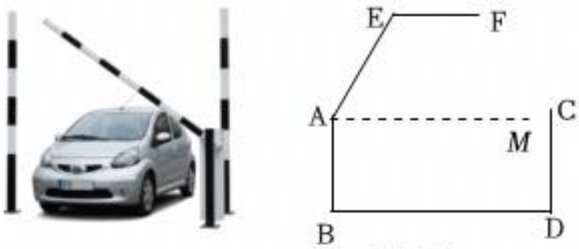
图① 图②

A．$\angle BAE+\angle AEF=180^\circ$　　B．$\angle BAE+\angle AEF=270^\circ$

C．$\angle BAE+\angle AEF=360^\circ$　　D．$\angle BAE+\angle AEF$ 的度数无法确定

【分析】根据平行线的性质对所给选项进行判断即可．

【解答】解：过点 A 作 EF 的平行线 AM，



图②

$\because EF\parallel BD$，$EF\parallel AM$，

$\therefore AM\parallel BD$，$\angle AEF+\angle EAM=180^\circ$，

$\therefore \angle MAB+\angle B=180^\circ$．

$\because \angle B=90^\circ$，

$\therefore \angle MAB=180^\circ-90^\circ=90^\circ$，

$\therefore \angle BAE+\angle AEF=\angle BAM+\angle EAM+\angle AEF=90^\circ+180^\circ=270^\circ$，

故选：B．

【点评】本题主要考查了平行线的性质，熟知平行线的性质是解题的关键．

6．（3 分）生态优先，绿色发展，创建美丽校园活动中，八年级学生负责校园某绿化角的设计、种植与养护，年级计划购买杜鹃和三角梅两种树苗，购买杜鹃树苗花了 450 元，购买三角梅树苗花了 700 元，杜鹃的单价比三角梅的单价少 25 元，购买杜鹃树苗数量是购买三角梅树苗数量的 2 倍多 5 棵，试问杜鹃和三角梅两种树苗各购买了多少棵？若设买了 x 棵三角梅树苗，则根据题意可列方程为（　　）

A．$\frac{450}{2x+5}+25=\frac{700}{x}$　　B．$\frac{450}{2x-5}=\frac{700}{x}-25$

C．$\frac{450}{2x+5}=\frac{700}{x}+25$　　D．$\frac{450}{2x-5}-25=\frac{700}{x}$

【分析】根据购买杜鹃树苗数量是购买三角梅树苗数量的 2 倍多 5 棵，即可得到结论．

【解答】解：设买了 x 棵三角梅树苗，则购买杜鹃树苗数量是（$2x+5$）棵，

根据题意得，$\frac{450}{2x+5}+25=\frac{700}{x}$，

故选：A．

【点评】本题考查了由设计问题抽象出分式方程，正确地理解题意列出方程是解题的关键．

7．（3 分）如图 1，舂臼（chōng jiù）是利用了杠杆原理给谷物种子进行脱壳的一种传统工具，图 2 是该舂

臼的侧面简易示意图，点 O 是支点，点 O 到地面的距离 $OC=15cm$，且 AO：$OB=4$：1，则点 A 到地面的距离是（　　）

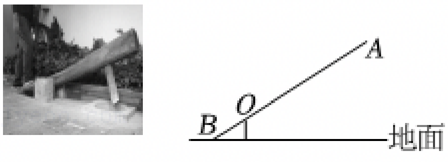
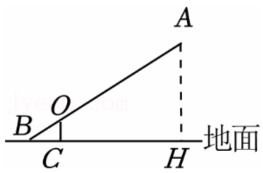


图1　　　　图2

A．30cm　　B．45cm　　C．60cm　　D．75cm

【分析】过点 A 作 AH 垂直地面于点 H，证明$\triangle BCO\backsim\triangle BHA$，根据相似三角形的性质即可求解．

【解答】解：如图，过点 A 作 AH 垂直地面于点 H，



$\because OC$ 垂直地面于点 C，$\therefore OC\parallel AH$，

$\therefore \angle BAH=\angle BOC$，$\angle BHA=\angle BCO$，

$\therefore \triangle BCO\backsim\triangle BHA$，$\therefore \dfrac{OB}{AB}=\dfrac{OC}{AH}$，

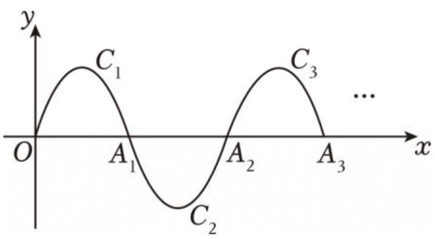
由题意 $OBCH$ 地面知 AO：$OB=4$：1，

$\therefore \dfrac{OB}{AB}=\dfrac{1}{5}$，即$\dfrac{1}{5}=\dfrac{15}{AH}$，$\therefore AH=75cm$．

故选：D．

【点评】本题考查的是相似三角形的应用，熟知相似三角形的对应边成比例是解题的关键．

8．（3 分）如图，一段抛物线 $y=-x(x-5)(0\leqslant x\leqslant 5)$，记为 C_1，它与 x 轴交于点 O，A_1；将 C_1 绕点 A_1 旋转 180°得 C_2，交 x 轴于点 A_2；将 C_2 绕点 A_2 旋转 180°得 C_3，交 x 轴于点 A_3；…如此进行下去，若 P（2026，m）是其中某段抛物线上一点，则 m 为（　　）



A．4　　B．－4　　C．－6　　D．6

【分析】根据图象的旋转变化规律以及二次函数的平移规律得出平移后解析式，进而求出 m 的值．

【解答】解：由题意可得：C_1 与 x 轴交点坐标为：O（0，0），A_1（5，0），

$\because$将 C_1 绕点 A_1 旋转 180°得 C_2，交 x 轴于点 A_2（10，0）；

将 C_2 绕点 A_2 旋转 180°得 C_3，交 x 轴于点 A_3（15，0）；

…

如此进行下去，直至得 C_{406}．

∴C_{406}的解析式与 x 轴的交点坐标为 A_{405}（2025，0），A_{406}（2030，0），且图象在 x 轴下方，

∴C_{406}的解析式为：y_{406}＝（x﹣2025）（x﹣2030），

当 x＝2026 时，m＝（2026﹣2025）（2026﹣2030）＝﹣4．

故选：B．

【点评】此题主要考查了抛物线与 x 轴的交点，二次函数的性质，二次函数图象上点的坐标特点，二次函数图象与几何变换，正确记忆二次函数的相关知识点是解题关键．

二.填空题（共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分）

9．（3 分）若 x^2﹣$3x$﹣2＝0，则代数式 $2x^2$﹣$6x$+2023 的值是 <u>2027</u> ．

【分析】由已知得到 x^2﹣$3x$＝2，再将代数式变形后代入计算，即可得到答案．

【解答】解：∵x^2﹣$3x$﹣2＝0，

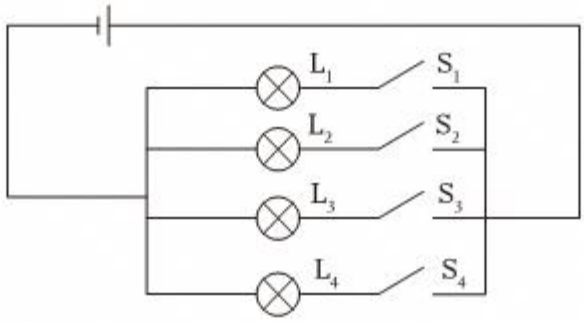
∴x^2﹣$3x$＝2，∴$2x^2$﹣$6x$+2023

＝2（x^2﹣$3x$）+2023＝2×2+2023＝2027，

故答案为：2027．

【点评】本题考查了代数式求值，解题的关键是学会利用整体代入的思想解决问题．

10．（3 分）在如图所示的电路图中，任意合上一个开关，则小灯泡 L_3 发亮的概率为 <u>$\frac{1}{4}$</u> ．



【分析】利用概率公式求解即可．

【解答】解：由题意得，四个开关，其中只有一个开关能使得小灯泡 L_3 发亮，

∴1÷4＝$\frac{1}{4}$，即小灯泡 L_3 发亮的概率为$\frac{1}{4}$，

故答案为：$\frac{1}{4}$．

【点评】本题考查概率公式，关键是概率公式的熟练掌握．

11．（3 分）密度计是一种重要的密度分析仪表，用于连续测量液体的密度，进而可以计算液体浓度、固液比等工艺参数，广泛应用于化工生产装置中，其检测精度和稳定性直接影响到产品质量．如图，密度计悬浮在不同的液体中时，浸在液体中的高度 h（cm）是液体的密度 ρ（g/cm^3）的函数，其函数关系的部

分对应值如下表（ρ＞0）：

密度 ρ（g/cm^3）	1	2	3	4	…
高度 h（cm）	18	9	6	4.5	…

当液体密度 ρ＝12g/cm^3 时，浸在液体中的高度 h＝ __1.5__ cm．

【分析】根据变量的变化规律写出 h 与 ρ 的函数关系式，当 ρ＝12 时，求出对应 h 的值即可．

【解答】解：由表格可知，$\rho h=18$，

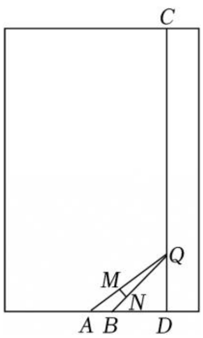
∴h 与 ρ 的函数关系式为 $h=\frac{18}{\rho}$，

当 ρ＝12 时，$h=\frac{18}{12}=1.5$．

故答案为：1.5．

【点评】本题考查反比例函数的应用，根据变量的变化规律写出 h 与 ρ 的函数关系式是解题的关键．

12．（3 分）如图是一个矩形足球球场，AB 为球门，$CD\perp AB$ 于点 D，$AB=a$ 米．某球员沿 CD 带球向球门 AB 进攻，在 Q 处准备射门．已知 $BD=3a$ 米，$QD=3a$ 米．已知对方门将伸开双臂后，可成功防守的范围大约为 $0.25a$ 米，此时门将站在张角∠AQB 内，双臂伸开 MN 且垂直于 AQ 进行防守，刚好能成功防守，则 BN 的长为 __$\frac{7\sqrt{2}}{4}a$__ 米．



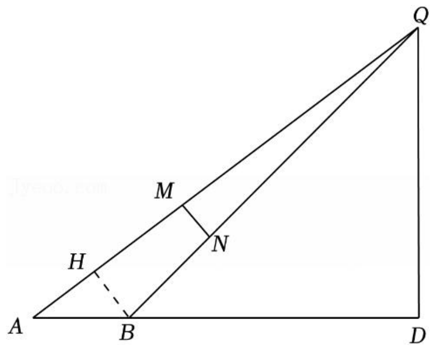
【分析】过点 B 作 $BH\perp AQ$ 于 H，计算 BH 和 HQ 的长，根据三角函数定理可得 $\tan\angle AQB=\frac{1}{7}$，解直角三角形求解即可．

【解答】解：如图，过点 B 作 $BH\perp AQ$ 于 H，

在 Rt△ADQ 中，$AD=AB+BD=a+3a=4a$ 米，$DQ=3a$ 米，

∴$AQ=\sqrt{AD^2+DQ^2}=5a$ 米，

在 Rt△ABH 中，$\sin A=\frac{BH}{AB}=\frac{DQ}{AQ}$，



∴$\frac{BH}{a}=\frac{3a}{5a}=\frac{3}{5}$，∴$BH=\frac{3}{5}a$ 米，

∴$AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\frac{4}{5}a$ 米，

∴$HQ=5a-\frac{4}{5}a=\frac{21}{5}a$ 米，

∴$\tan\angle AQB=\frac{BH}{QH}=\frac{\frac{3}{5}a}{\frac{21}{5}a}=\frac{1}{7}$，

在 Rt△MNQ 中，$MN=0.25a=\frac{1}{4}a$ 米，

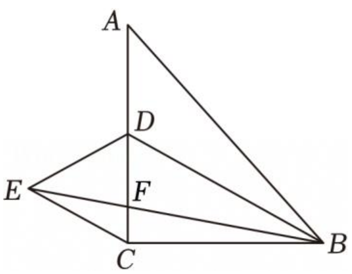
∴$\tan\angle MQN=\frac{MN}{MQ}=\frac{1}{7}$，∴$MQ=\frac{7}{4}a$ 米，∴$NQ=\sqrt{MN^2+MQ^2}=\frac{5\sqrt{2}}{4}a$ 米，

∵$BQ=\sqrt{BD^2+DQ^2}=3\sqrt{2}a$ 米，∴$BN=BQ-NQ=3\sqrt{2}a-\frac{5\sqrt{2}}{4}a=\frac{7\sqrt{2}}{4}a$ 米，

故答案为：$\frac{7\sqrt{2}}{4}a$．

【点评】本题考查了矩形的性质，解直角三角形，勾股定理，等腰直角三角形的性质等知识，理解题意，灵活运用所学知识是解题的关键．

13．（3 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90^\circ$，$AC=6$，点 D 为 AC 边上一点，连接 BD，将△ABD 沿 BD 折叠．点 A 落至点 E 处，连接 BE、CE，线段 BE 交 AC 边于点 F，若 $EC\parallel BD$．且$\frac{CF}{DE}=\frac{1}{3}$，则 BC ＝__$3\sqrt{3}$__．



【分析】根据轴对称的性质和平行线的性质得出 $AD=DE=CD=3$，进而根据平行线分线段成比例定理得出 EF：$BF=1$：2，进而根据 $BC^2=BF^2-CF^2=AB^2-AC^2$ 列出方程，从而求得 BF 的值，进一步得出结果．

【解答】解：设 $AB=3x$，

∵$CE\parallel CE$，∴$\angle DCE=\angle CDB$，$\frac{EF}{BF}=\frac{CF}{DF}$，$\angle CEF=\angle EBD$，

由折叠得，$\angle EBD=\angle ABD$，$\angle A=\angle BED$，$DE=AD$，$BE=AB=3x$，

$\therefore\angle DEC=\angle DEB+\angle CEF=\angle A+\angle ABD=\angle CDB$，

$\therefore\angle DEC=\angle DCE$，$\therefore CD=DE$，$\therefore AD=CD=\frac{1}{2}AC=3$，$\therefore DE=AD=3$，

$\because\frac{CF}{DE}=\frac{1}{3}$，$\therefore CF=1$，$\therefore DF=2$，$\therefore\frac{EF}{BF}=\frac{1}{2}$，$\therefore BF=2x$，

$\because\angle ACB=90^\circ$，$\therefore BC^2=BF^2-CF^2=AB^2-AC^2$，

$\therefore(2x)^2-1^2=(3x)^2-6^2$，

$\therefore x_1=\sqrt{7}$，$x_2=-\sqrt{7}$（舍去），$\therefore BF=2x=2\sqrt{7}$，

$\therefore BC=\sqrt{BF^2-CF^2}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2-1^2}=3\sqrt{3}$，

故答案为：$3\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了轴对称的性质，平行线的性质，平行线分线段成比例定理，勾股定理等知识，解决问题的关键是理清复杂的数量关系.

三.解答题（共7小题，满分61分）

14.（6分）计算：$-1^{2026}-|2-\sqrt{2}|-(\frac{1}{2})^{-2}+(\pi-3.14)^0-2cos45°$.

【分析】利用有理数的乘方法则，绝对值的性质，零指数幂，负整数指数幂，特殊锐角函数值计算后再算加减即可.

【解答】解：原式$=-1-(2-\sqrt{2})-4+1-2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=-1-2+\sqrt{2}-4+1-\sqrt{2}=-6$.

【点评】本题考查实数的运算，零指数幂，负整数指数幂，特殊锐角函数值，熟练掌握相关运算法则是解题的关键.

15.（6分）先化简，再求值：$(\frac{x+3}{x^2-x}-\frac{x}{x^2-2x+1})\div\frac{2x-3}{x}$，其中$x$满足$x^2-2x-1=0$.

【分析】先把$(\frac{x+3}{x^2-x}-\frac{x}{x^2-2x+1})\div\frac{2x-3}{x}$化简得$\frac{1}{x^2-2x+1}$，再利用整体代入法求值即可.

【解答】解：原式$=[\frac{x+3}{x(x-1)}-\frac{x}{(x-1)^2}]\cdot\frac{x}{2x-3}$

$=[\frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)^2}-\frac{x^2}{x(x-1)^2}]\cdot\frac{x}{2x-3}$

$=\frac{x^2+2x-3-x^2}{x(x-1)^2}\cdot\frac{x}{2x-3}=\frac{1}{x^2-2x+1}$，

$\because x^2-2x-1=0$，

$\therefore x^2-2x=1$，$\therefore$原式$=\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查分式的化简求值，已知代数式的值求式子的值，掌握分式的化简求值的一般方法是解

题的关键．

16．（10 分）学校为探究 AI 辅助学习工具的反馈，从七、八年级各随机抽取 20 名学生进行使用满意度评分，随后将评分进行整理、描述和分析（评分为百分制且为整数，均不低于 60 分，用 x 表示，共分四组：A．$90\leqslant x\leqslant 100$；$B$．$80\leqslant x<90$；$C$．$70\leqslant x<80$；$D$．$60\leqslant x<70$），下面给出了部分信息：

七年级 20 名学生评分在 B 组的数据为：80，83，84，85，87，88，88，89

八年级 20 名学生的评分是：65，68，70，72，74，76，78，80，82，82，84，86，86，86，88，90，92，93，94，94

七、八年级所抽取学生使用满意度评分统计表

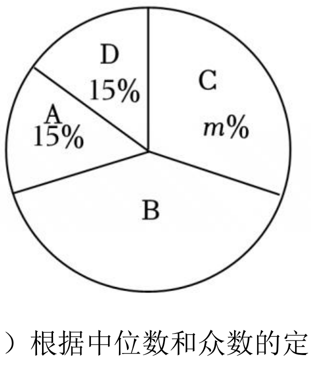
年级	七年级	八年级
平均数	82	82
中位数	a	83
众数	78	b

（1）上述图表中 $a=$ __81.5__ ，$b=$ __86__ ，$m=$ __30__ ；

（2）根据以上数据，你认为该校七、八年级中哪个年级的学生对 AI 辅助学习工具的满意度更高？请说明理由（写出一条理由即可）；

（3）若该校七年级有 600 人，八年级有 500 人，请估计该校七、八年级所有学生中评分达到“非常满意”（不低于 90 分）的总人数．

七年级所抽取学生使用满意度评分扇形统计图



【分析】（1）根据中位数和众数的定义计算即可得出结果；

（2）根据中位数和众数分析即可得出结果；

（3）用 600 乘以七年级所有学生中评分达到“非常满意”（不低于 90 分）的人数所占的比例，用 500 乘以八年级所有学生中评分达到“非常满意”（不低于 90 分）的人数所占的比例，再求和即可．

【解答】解：（1）七年级 20 名学生评分在 A 组中的数据有 $15\%\times 20=3$（人），在 D 组中的数据有 $15\%\times 20=3$（人），在 B 组中的数据有 8 人，在 C 组中的数据有 $20-3-3-8=6$，

将七年级20名学生评分按照从小到大排列后的第10和11个数据是80，83，

故$a=\frac{80+83}{2}=81.5$；

∴$m\%=6\div20\times100\%=30\%$，即$m=30$；

八年级20名学生评分中出现次数最多的是86，

故$b=86$，

故答案为：81.5，86，30；

（2）八年级的学生对AI辅助学习工具的满意度更高，理由如下：

七、八年级所抽取学生使用满意度评分统计表可得，七、八年级的平均数相等，但八年级的中位数和众数均高于七年级的中位数和众数，故八年级的学生对AI辅助学习工具的满意度更高；

（3）$600\times15\%+500\times\frac{5}{20}=90+125=215$（人），

答：评分达到“非常满意”（不低于90分）的总人数215人．

【点评】本题考查了扇形统计图、中位数、众数以及用样本估计总体，掌握基础的统计知识是解本题的关键．

17．（9分）深圳某企业研制出一种新型科技产品，每件产品的成本为2400元，在该产品的试销期间，为促销，企业决定：商家一次购买这种新型产品不超过10件时，每件按3000元销售；若一次购买该种产品超过10件时，每多购买一件，所购买的全部产品的销售单价均降低10元，但销售单价均不低于2600元；且商家一次性购买该产品不能超过60件．

（1）商家一次购买这种产品多少件时，销售单价恰好为2600元？

（2）设商家一次购买这种产品x件，该企业所获的利润为y元．在企业规定范围内，商家购买多少件时，企业可获得最大利润？最大利润是多少？

【分析】（1）依据题意，设商家一次购买该产品x件时，销售单价恰好为2600元，再根据一次购买该种产品超过10件时，每多购买一件，所购买的全部产品的销售单价均降低10元，得出$3000-10（x-10）=2600$，进而可以得解；

（2）依据题意，分别根据当$0<x\leqslant10$时、当$10<x\leqslant50$时和当$50<x\leqslant60$时分别求出最值即可得解．

【解答】解：（1）由题意，设商家一次购买该产品x件时，销售单价恰好为2600元．

$3000-10（x-10）=2600$，

解得：$x=50$．

答：商家一次购买这种产品50件时，销售单价恰好为2600元．

（2）由题意，①当$0<x\leqslant10$时，$y=（3000-2400）x=600x$，

∴当 $x=10$ 时，$y_{最大}=600\times10=6000$（元）;

②当 $10<x\leqslant50$ 时，

$y=[3000-10(x-10)-2400]x$

$=-10x^2+700x$

$=-10(x-35)^2+12250$，

∴当 $x=35$ 时，$y_{最大}=12250$（元）.

③当 $50<x\leqslant60$ 时，$y=(2600-2400)x=200x$，

∴当 $x=60$ 时，$y_{最大}=200\times60=12000$（元）

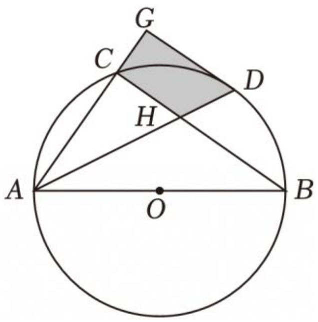
综上所述，当商家购买 35 件时，企业可获得最大利润，最大利润是 12250 元.

【点评】本题主要考查了二次函数的应用以及二次函数最值问题，解题时要能读懂题意并根据已知建立函数关系式是关键.

18.（9 分）如图，AB 是⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，点 D 为弧 BC 的中点，连接 AC、BC、AD，AD 与 BC 相交于点 H，过点 D 作直线 $DG\parallel BC$，交 AC 的延长线于点 G.

（1）求证：DG 是⊙O 的切线；

（2）若弧 AC＝弧 BD，$CG=2$，求阴影部分的面积.



【分析】（1）连接 OD，交 BC 于点 E，由点 D 为$\widehat{BC}$的中点，得 OD 垂直平分 BC，因为 $DG\parallel BC$，所以$\angle ODG=\angle OEC=90^\circ$，即可证明 DG 是⊙O 的切线.

（2）连接 OC、CD，由 AB 是⊙O 的直径，得$\angle ACB=90^\circ$，则$\angle G=\angle ACB=90^\circ$，可证明四边形 $CEDG$ 是矩形，所以 $DE=CG=2$，由$\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{BD}$，得$\angle AOC=\angle COD=\angle BOD=60^\circ$，则$\triangle AOC$ 和$\triangle COD$ 都是等边三角形，求得 $AC=OC=CD=OD=2DE=4$，则 $AG=6$，$DG=2\sqrt{3}$，由$\angle CAH=\frac{1}{2}\angle COD=30^\circ$，得 $AH=2CH$，由 $AC=\sqrt{3}CH=4$，求得 $CH=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，由 $S_{阴影}=S_{\triangle AGD}-S_{\triangle ACH}$，求得 $S_{阴影}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$.

【解答】（1）证明：连接 OD，交 BC 于点 E，

∵点 D 为$\widehat{BC}$的中点，

∴OD 垂直平分 BC，

∵$DG // BC$，

∴$\angle ODG=\angle OEC=90°$，

∵OD 是⊙O 的半径，且 $DG\perp OD$，

∴DG 是⊙O 的切线．

（2）解：连接 OC、CD，则 $OA=OC=OD$，

∵AB 是⊙O 的直径，∴$\angle ACB=90°$，

∵$\angle G=\angle ACB=90°$，$\angle CED=\angle EDG=90°$，

∴四边形 $CEDG$ 是矩形，∴$DE=CG=2$，

∵$\widehat{AC}=\widehat{BD}$，点 D 为$\widehat{BC}$的中点，

∴$\widehat{AC}=\widehat{CD}=\widehat{BD}$，∴$\angle AOC=\angle COD=\angle BOD=\frac{1}{3}\times 180°=60°$，

∴$\triangle AOC$ 和$\triangle COD$ 都是等边三角形，

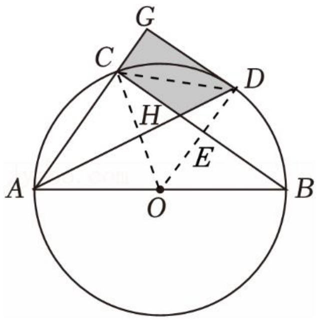
∵$CE\perp OD$，∴$OE=DE=2$，∴$AC=OC=CD=OD=2DE=4$，

∴$AG=AC+CG=6$，$DG=\sqrt{CD^2-CG^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$，

∵$\angle CAH=\frac{1}{2}\angle COD=30°$，∴$AH=2CH$，

∵$AC=\sqrt{AH^2-CH^2}=\sqrt{(2CH)^2-CH^2}=\sqrt{3}CH=4$，∴$CH=\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

∴$S_{阴影}=S_{\triangle AGD}-S_{\triangle ACH}=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times 4\times\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$，



∴阴影部分的面积是$\frac{10\sqrt{3}}{3}$．

【点评】此题重点考查垂径定理、平行线的性质、切线的判定、直径所对的圆周角是直角、矩形的判定与性质、等边三角形的判定与性质、直角三角形中 30° 角所对的直角边等于斜边的一半、勾股定理、三角形的面积公式等知识，正确地添加辅助线是解题的关键．

19．（10 分）若两个二次函数图象的顶点、开口方向都相同，则称这两个二次函数为“同簇二次函数”．

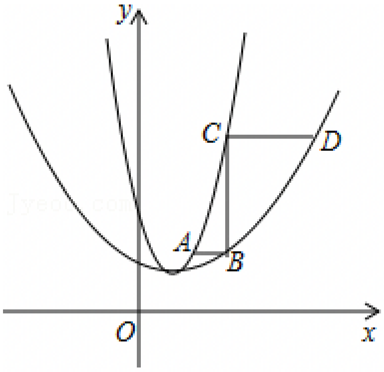
（1）请写出两个为“同簇二次函数”的函数．

（2）已知关于 x 的二次函数 $y_1=2x^2-4mx+2m^2+1$ 和 $y_2=ax^2+bx+\frac{5}{4}$，其中 y_1 的图象经过点 P（1，1），y_2 与 y_1 为“同簇二次函数”，

①求 m 的值及函数 y_2 的表达式．

②如图点 A 和点 C 是函数 y_1 上的点，点 B 和点 D 是函数 y_2 上的点，且都在对称轴右侧，若 $AB // CD //$

x 轴，$BC\perp AB$，求$\frac{CD}{AB}$的值（只需直接写出答案）.



【分析】（1）根据“同簇二次函数”的定义，只要两个函数的顶点、开口方向都一样即可；

（2）①把 P 点坐标代入 $y_1=2x^2-4mx+2m^2+1$，可求得 m 的值，则可求得其解析式；由 y_1 的解析式可求得其顶点坐标，则可得 y_2 的顶点坐标，代入可求得 y_2 的解析式；②设点 B 的坐标为（n，$\frac{1}{4}$（$n-1$）$^2+1$）（$n>1$），由 $AB\parallel CD\parallel x$ 轴和 $BC\perp AB$ 利用二次函数图象上点的坐标特征即可得出点 B、C、D 的坐标，再根据两点间的距离可求出 AB、CD 的长度，将其代入$\frac{CD}{AB}$即可得出结论.

【解答】解：（1）∵$y=x^2$ 和 $y=2x^2$ 的顶点均为（0，0），且开口向上，

∴$y=x^2$ 和 $y=2x^2$ 为“同簇二次函数”.

（2）①把 P（1，1）代入 $y_1=2x^2-4mx+2m^2+1$，

得：$1=2-4m+2m^2+1$，解得：$m=1$，

∴$y_1=2x^2-4x+3=2(x-1)^2+1$.

∵y_2 与 y_1 为“同簇二次函数”，

∴顶点一样为（1，1），即 $y_2=a(x-1)^2+1$，∴$a+1=\frac{5}{4}$，∴$a=\frac{1}{4}$，

∴函数 y_2 的表达式为 $y_2=\frac{1}{4}(x-1)^2+1=\frac{1}{4}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{5}{4}$.

②设点 B 的坐标为（n，$\frac{1}{4}(n-1)^2+1$）（$n>1$），

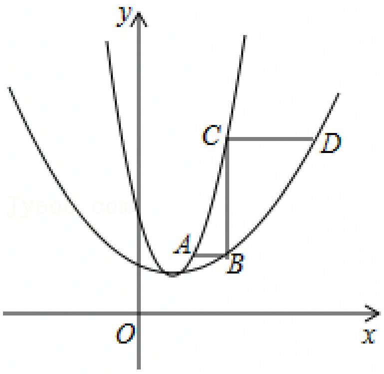
∵$AB\parallel x$ 轴，∴点 A 的坐标为（$\frac{\sqrt{2}}{4}(n-1)+1$，$\frac{1}{4}(n-1)^2+1$），

∵$AB\parallel CD\parallel x$ 轴，$BC\perp AB$，

∴点 C 的坐标为（n，$2(n-1)^2+1$），点 D 的坐标为（$2\sqrt{2}(n-1)+1$，$2(n-1)^2+1$）.

∴$AB=n-[\frac{\sqrt{2}}{4}(n-1)+1]=(n-1)(1-\frac{\sqrt{2}}{4})$，$CD=2\sqrt{2}(n-1)+1-n=(n-1)(2\sqrt{2}-1)$，

∴$\frac{CD}{AB}=\frac{(n-1)(2\sqrt{2}-1)}{(n-1)(1-\frac{\sqrt{2}}{4})}=\frac{2\sqrt{2}-1}{\frac{4-\sqrt{2}}{4}}=2\sqrt{2}$.



【点评】本题考查了“同簇二次函数”的定义、待定系数法求二次函数解析式、二次函数图象上点的坐标特征、平行线的性质以及两点间的距离，解题的关键是：(1) 根据“同簇二次函数”的定义写出二次函数；(2) ①利用待定系数法求出函数解析式；②利用二次函数图象上点的坐标特征找出点 B、C、D 的坐标．

20．（11 分）数学活动课上，同学们将两个全等的三角形纸片完全重合放置，固定一个顶点，然后将其中一个纸片绕这个顶点旋转，来探究图形旋转的性质．已知等腰直角三角形纸片 ABC 和 ADE 中，$AB=BC=AD=DE=\sqrt{2}$，$AC=AE=2$，$\angle ABC=\angle ADE=90°$．

【初步感知】

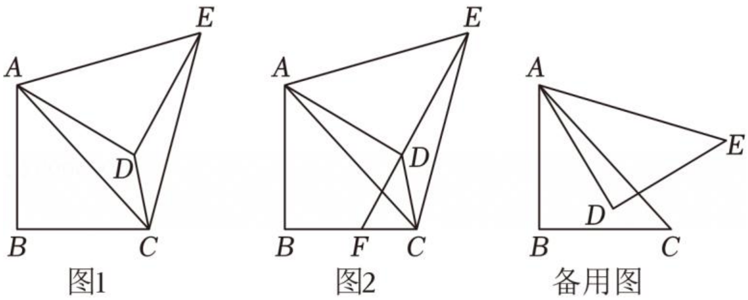
(1) 如图 1，纸片 ADE 绕点 A 逆时针旋转 $60°$，连接 CE，CD，证明 CD 平分 $\angle ACE$；

【深入探究】

(2) 在 (1) 条件下，如图 2，延长 ED 交 BC 于 F，求 BF 的长；

【拓展延伸】

(3) 在纸片 ADE 绕点 A 旋转过程中，试探究 C，D，E 三点能否构成直角三角形．若能，直接写出所有直角三角形 CDE 的面积；若不能，请说明理由．



【分析】(1) 根据旋转的性质得到 $AC=AE$，$AD=AB$，$DE=BC$，$\angle CAE=60°$，根据全等三角形的性质得到 $\angle ACD=\angle ECD$，求得 CD 平分 $\angle ACE$；

(2) 连接 AF，根据旋转的性质得到 $AB=AD$，$\angle BAD=60°$，$\angle ADE=\angle B=90°$，求得 $\angle ADB=90°$，根据全等三角形的性质得到 $\angle BAF=\angle DAF=\frac{1}{2}\angle BAD=30°$，求得 $BF=AB\cdot\tan30°=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}$；

（3）分四种情况分别画出图形解答即可．

【解答】（1）证明：∵纸片 ADE 绕点 A 逆时针旋转 $60°$，

∴$AC=AE$，$AD=AB$，$DE=BC$，$\angle CAE=60°$，

∵$AB=BC$，$\triangle ACE$ 是等边三角形，∴$AD=DE$，$AC=CE$，

∵$CD=CD$，∴$\triangle ACD\cong\triangle ECD$（$SSS$），∴$\angle ACD=\angle ECD$，∴$CD$ 平分 $\angle ACE$；

（2）解：连接 AF，∵纸片 ADE 绕点 A 逆时针旋转 $60°$，

∴$AB=AD$，$\angle BAD=60°$，$\angle ADE=\angle B=90°$，∴$\angle ADB=90°$，

∵$AF=AF$，∴$\mathrm{Rt}\triangle ABF\cong\mathrm{Rt}\triangle ADF$（$HL$），

∴$\angle BAF=\angle DAF=\frac{1}{2}\angle BAD=30°$，∵$AB=\sqrt{2}$，

∴$BF=AB\bullet\tan30°=\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{3}$；

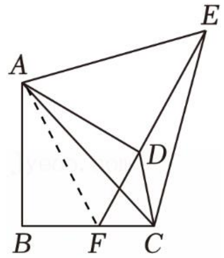


图2

（3）解：C，D，E 三点能构成以 CE 为直角边的直角三角形；理由如下：

如图 3，当 $DE\perp EC$ 时，此时 $\triangle CDE$ 是直角三角形，

过点 A 作 $AQ\perp EC$ 于点 Q，

∵$AE=AC=2$，∴$EQ=QC=\frac{1}{2}EC$，

∵$AQ\perp EC$，$DE\perp EC$，$DE\perp AD$，

∴四边形 $ADEQ$ 是矩形，∴$AD=EQ=QC=\frac{1}{2}EC=\sqrt{2}$，

∴$EC=2\sqrt{2}$，故 $S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}EC\bullet DE=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$；

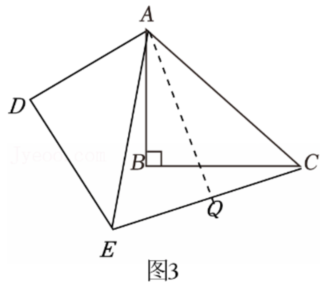


图3

如图 4，当 $DC\perp EC$ 时，此时 $\triangle CDE$ 是直角三角形，过点 A 作 $AQ\perp EC$ 于点 Q，交 DE 于点 N，

∴设 $EQ=QC=\frac{1}{2}EC=x$，$NQ\parallel CD$，

∴$\frac{EN}{DN}=\frac{EQ}{QC}=1$，

∴$DN=EN=\frac{1}{2}DE=\frac{\sqrt{2}}{2}$，$QN=\frac{1}{2}DC$，

∵$\angle AND=\angle ENQ$，$\angle ADN=\angle EQN=90°$，∴$\angle DAN=\angle QEN$，

∴$\tan\angle DAN=\tan\angle QEN$，∴$\frac{QN}{EQ}=\frac{DN}{AD}=\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}$，

∴$QN=\frac{1}{2}x$，∴$DC=x$，$CE=2x$，

∵$ED^2=DC^2+EC^2$，∴$(\sqrt{2})^2=(2x)^2+x^2$，∴$x^2=\frac{2}{5}$，

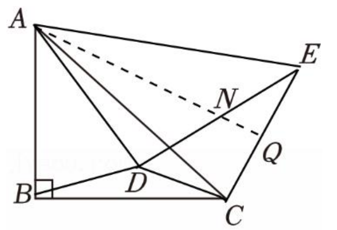


图4

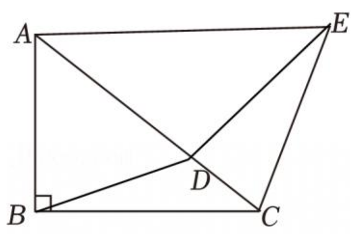
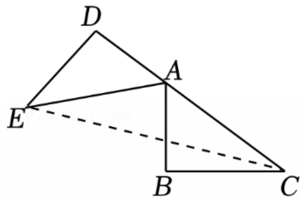


图5

故 $S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}EC\cdot DC=\frac{1}{2}\times 2x\times x=x^2=\frac{2}{5}$;

如图 5，



在 Rt△CDE 中，$S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\cdot DE=\frac{1}{2}\times(2-\sqrt{2})\times\sqrt{2}=\sqrt{2}-1$；

当 AD 在 CA 的延长线上时，$DE\perp AC$，此时△CDE 是直角三角形，如图，

$\therefore S_{\triangle CDE}=\frac{1}{2}CD\cdot DE=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}+2)\times\sqrt{2}=\sqrt{2}+1$；

综上，C，D，E 三点能构成以 CE 为直角边的直角三角形；直角三角形 CDE 的面积为 2 或$\frac{2}{5}$或$\sqrt{2}-1$ 或 $\sqrt{2}+1$.

【点评】本题是几何变换综合题，考查了旋转的性质，三角形相似的判定和性质，三角形中位线定理的判定和应用，三角形全等的判定和性质，三角函数的应用，勾股定理，熟练掌握三角函数的应用，三角形相似的判定和性质，矩形的判定和性质，中位线定理是解题的关键.