2026年广东省东莞市中考数学二模试卷

参考答案与试题解析

一、单选题（本大题共10小题，每小题3分，共30分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

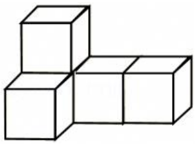
1.（3分）中国是最早使用正负数表示具有相反意义的量的国家．若向北运动100米记作+100米，则向南运动80米可记作（　　）

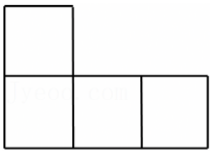
A．80米　　B．﹣80米　　C．100米　　D．﹣100米

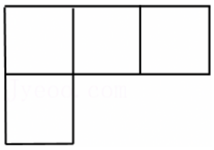
【解答】解：“正”和“负”相对，所以，若向北运动100米记作+100米，则向南运动80米可记作﹣80米．故选：B．

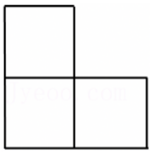
【点评】此题主要考查了正负数的意义，解题关键是理解“正”和“负”的相对性，明确什么是一对具有相反意义的量．

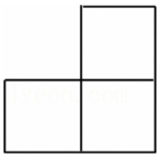
2.（3分）如图，是由5个大小相同的正方体组成的立体图形，它的左视图是（　　）



A．

B．

C．

D．

【分析】根据左视图是从左边看得到的图形，可得答案．

【解答】解：从左边看有两层，底层是两个正方形，上层的左边的一个正方形．

故选：C．

【点评】本题考查了简单组合体的三视图，左视图是从左边看得到的图形．

3.（3分）近几年我国汽车工业快速发展，在2025年仅新能源汽车销量就超过1600万辆，将1600万用科学记数法表示应是（　　）

A．1.6×10^{6}　　B．16×10^{6}　　C．0.16×10^{8}　　D．1.6×10^{7}

【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^{n}$，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数，确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant10$时，n是正数；

当原数的绝对值<1 时，n 是负数．先将 1600 万化为整数，16000000 共 8 位整数，再根据科学记数法的定义确定 a 和 n 的值即可得到答案．

【解答】解：1600 万用科学记数法表示为 1.6×10^{7}．故选：D．

【点评】本题考查了科学记数法﹣表示较大的数，掌握形式为 $a\times10^{n}$，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数是关键．

4．（3 分）下列运算正确的是（　　）

A．$a^{3}+a^{3}=a^{6}$

B．$(-a^{2})^{3}=a^{6}$

C．$-x^{3}\cdot(-x)^{2}\cdot(-x^{5})=-x^{10}$

D．$a^{3}\cdot a^{2}=a^{5}$

【解答】解：$a^{3}+a^{3}=2a^{3}$，故选项 A 错误，不符合题意；

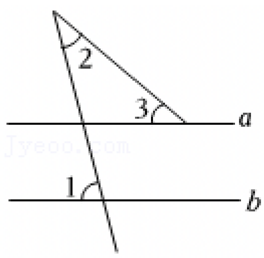
$(-a^{2})^{3}=-a^{6}$，故选项 B 错误，不符合题意；

$-x^{3}\cdot(-x)^{2}\cdot(-x^{5})=x^{10}$，故选项 C 错误，不符合题意；

$a^{3}\cdot a^{2}=a^{5}$，故选项 D 正确，符合题意；故选：D．

【点评】本题考查整式的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键．

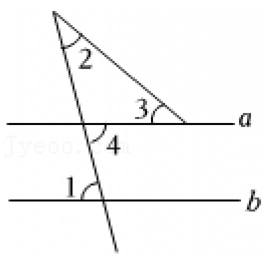
5．（3 分）如图，已知直线 $a\parallel b$，$\angle1=75^\circ$，$\angle3=40^\circ$，则 $\angle2$ 的度数是（　　）



A．35°　　B．40°　　C．45°　　D．50°

【分析】根据平行线的性质和三角形外角的性质即可求解．

【解答】解：如图，



$\because a\parallel b$，$\angle1=75^\circ$，

∴$\angle 4=\angle 1=75^\circ$（两直线平行，内错角相等），

∵$\angle 4=\angle 2+\angle 3$，

∴$\angle 2=\angle 4-\angle 3=75^\circ-40^\circ=35^\circ$，

故选：A．

6.（3 分）若一个直角三角形的两条直角边的长分别是 3 和 4，则斜边的长为（　　）

A．5　　B．$\sqrt{7}$　　C．1 或 7　　D．5 或$\sqrt{7}$

【分析】直接根据勾股定理求解．

【解答】解：直角三角形的两条直角边的长分别是 3 和 4，则斜边的长$=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

故选：A．

【点评】本题考查了勾股定理，熟记勾股定理是解题的关键．

7.（3 分）2025 年 4 月 8 日美国对中国输美产品加征的“对等关税”从 34%提升至 84%，4 月 10 日，这一税率进一步提高至 125%．假设从 4 月 8 日到 4 月 10 日这两天关税日平均增长率为 x，则可列出方程（　　）

A．$34\%(1+2x)=125\%$　　B．$34\%(1+x)^2=125\%$

C．$84\%(1+x)^2=125\%$　　D．$84\%(1+2x)=125\%$

【分析】根据题意可知：4 月 8 日的关税为 84%，4 月 10 日的关税为 125%，然后根据均增长率的规律列出方程即可．

【解答】解：由题意得：$84\%(1+x)^2=125\%$．

故选：C．

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，理解题意是关键．

8.（3 分）甲、乙两班举行计算机汉字录入比赛，参赛学生每分钟录入汉字的情况统计如下（每分钟录入汉字≥150 个为优秀）：

班级	参赛人数	中位数	平均数	方差
甲班	55	149	135	191
乙班	55	151	135	110

给出下列结论：

（1）甲、乙两班学生比赛成绩的平均水平相同；（2）乙班比赛成绩优秀的学生多于甲班；

（3）乙班学生比赛的成绩比较稳定．其中，正确的结论是（　　）

A．（1）（2）（3）　　B．（1）（2）　　C．（1）（3）　　D．（2）（3）

【分析】根据平均数、中位数和方差的意义求解即可．

【解答】解：由于甲、乙的平均数相等，可知甲、乙两班学生成绩的平均水平相同，故（1）正确；

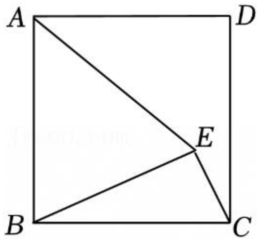
由于乙的中位数 151 大于甲的中位数 149，可知乙班优秀的人数多于甲班优秀的人数，故（2）正确；

由于乙的方差 110 小于甲的方差 191，可知乙班成绩比较稳定，故（3）正确．

故选：A．

【点评】本题主要考查了平均数、中位数和方差，掌握方差是反映一组数据的波动大小的一个量方差越大则与平均值的离散程度越大，稳定性也越差反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好是关键．

9．（3 分）如图，在正方形 $ABCD$ 中，将边 AB 绕点 A 逆时针旋转至 AE，若 $\angle BEC=90°$，则 $\cos\angle BCE=$（　　）



A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{\sqrt{2}}{3}$　　D．$\frac{\sqrt{5}}{5}$

【分析】利用正方形及线段旋转的性质，得到 $AE=AB=BC$；通过作 $AF\perp BE$，结合等腰三角形性质得 $BE=2BF$，再通过角的互余关系推得 $\angle BAF=\angle CBE$，用 AAS 证明 $\triangle AFB\cong\triangle BEC$，得出 $BF=CE$；设 $BF=x$，则 $BE=2x$、$CE=x$，在 Rt$\triangle BEC$ 中用勾股定理求得 $BC=\sqrt{5}x$，最后根据余弦定义算出 $cos\angle BCE=\frac{\sqrt{5}}{5}$．

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

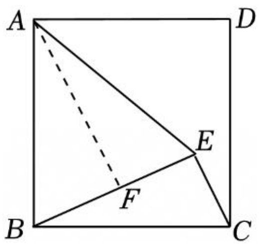
∴$AB=BC$，$\angle ABC=90°$，

∵线段 AB 绕点 A 旋转得到 AE，

∴$AB=AE$，

∴$AE=AB=BC$，

如图，过点 A 作 $AF\perp BE$ 于点 F，



在△ABE 中，AB＝AE，且 AF⊥BE，∴BE＝2BF，

∵∠ABC＝90°，即∠ABF+∠CBE＝90°，

在 Rt△AFB 中，∠AFB＝90°，∴∠ABF+∠BAF＝90°，∴∠BAF＝∠CBE，

在△AFB 和△BEC 中：

$\begin{cases} \angle AFB = \angle BEC = 90^\circ \\ \angle BAF = \angle CBE \\ AB = BC \end{cases}$，∴△$AFB$≌△$BEC$（$AAS$），∴$BF$＝$CE$，

设 BF＝x，∵BE＝2BF，∴BE＝2x，

∵CE＝BF，∴CE＝x，

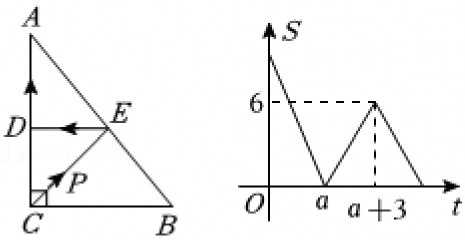
在 Rt△BEC 中，根据勾股定理：$BC=\sqrt{BE^2+CE^2}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5x^2}=\sqrt{5}x$

在 Rt△BEC 中，根据余弦的定义：$cos\angle BCE=\frac{CE}{BC}$，

∵CE＝x，$BC=\sqrt{5}x$，∴$cos\angle BCE=\frac{x}{\sqrt{5}x}=\frac{\sqrt{5}}{5}$，故选：$D$.

【点评】本题主要考查了旋转的性质，正方形的性质，解直角三角形，掌握其相关知识点是解题的关键.

10.（3 分）如图 1，在 Rt△ABC 中，∠ACB＝90°，D，E 分别是 AC，AB 的中点，连接 CE，DE，点 P 从点 C 出发，沿 C→E→D→A 的方向匀速运动到点 A，速度为 1cm/s. 图 2 是点 P 运动时，△AEP 的面积 S（单位：cm^2）随时间 t（单位：s）变化的图象，则 a 的值为（　　）



A．3　　　　B．4　　　　C．5　　　　D．6

【分析】结合图形得，当点 P 运动到点 E 处时，运动路程为 acm，即 CE＝acm，当点 P 运动到点 D 处时，运动路程为（a+3）cm，得 DE＝3cm，由△APE＝6cm^2，求出 AD，再求出 AE，再根据直角三角形斜边上中线的性质即可求得 a 的值.

【解答】解：从图象第一段看出，当点 P 运动到点 E 时，点 P 的运动路程是 a，

∴CE＝acm，

从图象第二段看出，当点 P 运动到点 D 时，点 P 的运动路程是（a+3）cm，

∴DE＝3cm，△APE＝6cm^2，∴$AD=\frac{2\times6}{3}=4(cm)$，

∵D，E 分别是 AC，AB 的中点，

∴DE是△ABC的中位线，∴DE∥BC，∴∠ADE=∠ACB=90°，

∴在Rt△ADE中，$AE=\sqrt{AD^2+DE^2}=5(cm)$，

∵∠ACB=90°，E是AB的中点，

∴$CE=\frac{1}{2}AB=AE=5cm$，∴a=5，故选：C.

【点评】本题主要考查了动点问题的函数图象，掌握其相关知识点是解题的关键.

二、填空题（本大题共5小题，每小题3分，共15分.）

11.（3分）计算：$2026^0-\sqrt[3]{8}=$___﹣1___.

【分析】先化简各式，然后再进行计算即可解答.

【解答】解：原式=1﹣2=﹣1，

故答案为：﹣1.

【点评】本题考查了实数的运算，零指数幂，准确熟练地进行计算是解题的关键.

12.（3分）若一元二次方程$2x^2-x-\frac{1}{2}k=0$没有实数解，则k的取值范围是__$k<-\frac{1}{4}$__.

【分析】若关于x的一元二次方程$2x^2-x-\frac{1}{2}k=0$，没有实数根，则△=b^2﹣4ac<0，列出关于k的不等式，求得k的取值范围即可.

【解答】解：∵关于x的一元二次方程$2x^2-x-\frac{1}{2}k=0$，没有实数根，

∴△=b^2﹣4ac<0，即（﹣1）^{2}﹣4×2×（$-\frac{1}{2}k$）<0，

解这个不等式得：$k<-\frac{1}{4}$. 故答案为：$k<-\frac{1}{4}$.

【点评】本题主要考查了一元二次方程根的情况与判别式△的关系：(1）△>0方程有两个不相等的实数根；(2）△=0方程有两个相等的实数根；(3）△<0方程没有实数根.

13.（3分）已知点A（m+2，3）与点B（﹣4，n）关于y轴对称，则m+n=___5___.

【分析】根据“关于y轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数”列出方程求解即可.

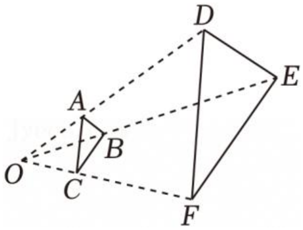
【解答】解：因为点A（m+2，3）与点B（﹣4，n）关于y轴对称，

所以m+2=4，n=3，所以m=2．所以m+n=2+3=5．故答案为：5.

【点评】本题考查了关于y轴对称的点的坐标特征，解决本题的关键是掌握好关于坐标轴对称的点的坐标规律：关于x轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；关于y轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数.

14.（3分）如图，△ABC与△DEF位似，其位似中心为点O，且$\frac{OB}{BE}=\frac{2}{3}$，若△$ABC$的周长为5，则△$DEF$

的周长为 $\underline{\ \dfrac{25}{2}\ }$.



【分析】先根据位似的性质得到△ABC∽△DEF,$\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{2}{5}$,然后根据相似三角形的性质解决问题.

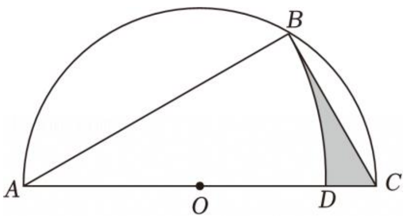
【解答】解：∵△ABC与△DEF位似，其位似中心为点O，

∴△ABC∽△DEF，∴$\dfrac{AB}{DE}=\dfrac{OB}{OE}=\dfrac{2}{5}$，∴$\dfrac{\triangle ABC的周长}{\triangle DEF的周长}=\dfrac{2}{5}$，

∴△DEF的周长＝$5\times\dfrac{5}{2}=\dfrac{25}{2}$．故答案为：$\dfrac{25}{2}$.

【点评】本题考查了位似变换：位似两个图形不仅是相似图形，而且对应顶点的连线相交于一点，对应边互相平行或共线；位似比等于相似比．

15．（3 分）如图，AC为半圆O的直径，B为半圆O上的一点，连接AB，BC，以点A为圆心，AB的长为半径画弧，交AC于点D．若BC＝2，AC＝4，则阴影部分的面积为$\underline{\ 2\sqrt{3}-\pi\ }$．（结果保留π）



【分析】首先根据直径所对圆周角为直角，得到∠ABC＝90°，根据勾股定理求AB的长度，根据直角边是斜边的一半得到∠A＝30°，再计算△ABC的面积和扇形ABD的面积，继而得到阴影部分的面积.

【解答】解：在Rt△ABC中，$AB=\sqrt{AC^2-BC^2}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$,

∵在Rt△ABC中，BC＝2，AC＝4，∴∠A＝30°，

∴$S_{\triangle ABC}=\dfrac{1}{2}\times AB\times BC=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$,

∵扇形的圆心角为∠A＝30°，半径为$AB=2\sqrt{3}$,

∴$S_{扇形ABD}=\dfrac{n\pi r^2}{360}=\dfrac{30\pi\times(2\sqrt{3})^2}{360}=\dfrac{30\pi\times 12}{360}=\pi$,

∴阴影部分面积$=S_{\triangle ABC}-S_{扇形ABD}=2\sqrt{3}-\pi$.

∴$S_{阴影}=2\sqrt{3}-\pi$．故答案为：$2\sqrt{3}-\pi$.

【点评】本题考查圆周角定理，特殊角的直角三角形的性质，勾股定理解三角形，扇形的面积公式，割

补法求阴影部分的面积．熟练掌握以上知识点是关键．

三、解答题（一）（本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分．）

16．（7 分）解不等式组$\begin{cases} 2x-1>3 \\ x+2<4x-1 \end{cases}$．

【分析】根据解一元一次不等式组的步骤进行求解即可．

【解答】解：解不等式 $2x-1>3$ 得，$x>2$，

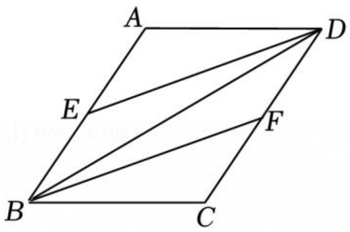
解不等式 $x+2<4x-1$ 得，$x>1$，所以不等式组的解集为 $x>2$．

【点评】本题主要考查了解一元一次不等式组，熟知解一元一次不等式组的步骤是解题的关键．

17．（7 分）如图，在▱$ABCD$ 中，E，F 分别为 AB，CD 的中点，连接 BD，DE，BF．

（1）求证：$DE=BF$；

（2）从条件“①$DB=DA$，②$DA\perp DB$”中任选一个作为已知条件，判断四边形 $BEDF$ 的形状，并证明你的结论．



【分析】（1）根据平行四边形的性质可得 $AB=CD$，$AB\parallel CD$，进而得到$\angle EBD=\angle FDB$，$BE=DF$，结合 $BD=BD$，证明$\triangle BDE\cong\triangle DBF$（$SAS$），即可证明结论；

（2）由（1）易证四边形 $BEDF$ 是平行四边形，选①$DB=DA$，根据等腰三角形三线合一可得 $DE\perp AB$，即 $DEB=90^\circ$，可得四边形 $BEDF$ 是矩形；选②$DA\perp DB$，利用直角三角形的性质，可得$DE=\frac{1}{2}AB=BE$，可得四边形 $BEDF$ 是菱形．

【解答】（1）证明：在▱$ABCD$ 中，$AB=CD$，$AB\parallel CD$，∴$\angle EBD=\angle FDB$，

∵点 E，F 分别为 AB，CD 的中点，∴$BE=\frac{1}{2}AB$，$DF=\frac{1}{2}CD$，

∴$BE=DF$，

在$\triangle BDE$ 和$\triangle DBF$ 中，$\begin{cases} BD=DB \\ \angle EBD=\angle FDB \\ BE=DF \end{cases}$，

∴$\triangle BDE\cong\triangle DBF$（$SAS$），∴$DE=BF$；

（2）解：选①，四边形 $BEDF$ 是矩形；选②，四边形 $BEDF$ 是菱形；

证明：由（1）知 $BE=DF$，

∵AB∥CD 即 BE∥DF，∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形；

①当 $DB=DA$ 时，如图 1，则△ADB 是等腰三角形，

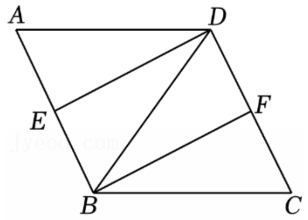
∵点 E 为 AB 的中点，∴$DE\perp AB$，即∠$DEB=90°$，

∴四边形 $BEDF$ 是矩形；

②当 $DA\perp DB$ 时，如图 2，则△ABD 是直角三角形，

∵点 E 为 AB 的中点，

∴$DE=\frac{1}{2}AB=BE$，∴四边形 $BEDF$ 是菱形．



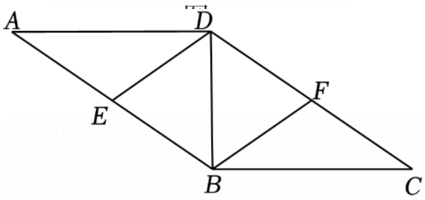


图2

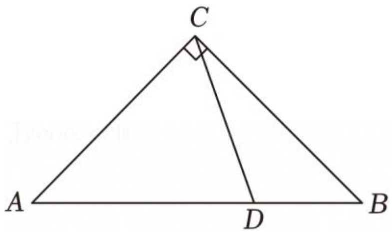
【点评】本题主要考查了平行四边形的性质，全等三角形的判定与性质，等腰三角形的性质，菱形的判定，矩形的判定，解答本题的关键是熟练掌握等三角形的判定与性质．

18．（7 分）如图，在等腰△ABC 中，∠$ACB=90°$，点 D 为 AB 边上的点．

（1）尺规作图：在 CD 的右侧作△CDE，使得∠$DCE=90°$，$CD=CE$；

（不写作法，保留作图痕迹）

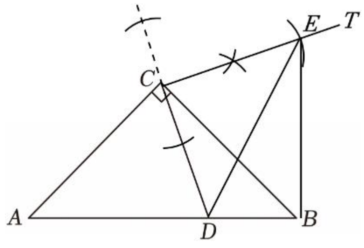
（2）在（1）所作的图形中，连接 BE，求证：$BE=AD$．



【分析】（1）根据要求作出图形即可；

（2）利用全等三角形的性质即可．

【解答】（1）解：图形如图所示：



（2）证明：∵$CA=CB$，$CD=CE$，∠ACB=∠$DCE=90°$，

∴∠ACD=∠BCE，∴△ACD≌△BCE（SAS），

∴$AD=BE$，即 $BE=AD$．

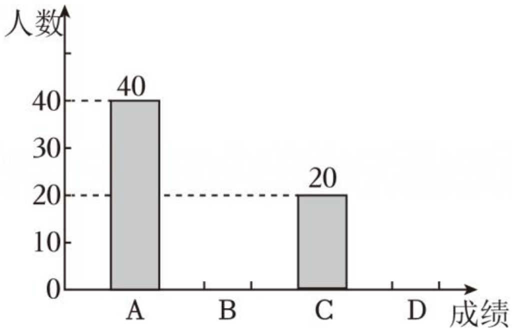
【点评】本题考查作图－复杂作图，全等三角形的判定和性质，等腰直角三角形，解题的关键是掌握相关知识解决．

四、解答题（二）（本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分.）

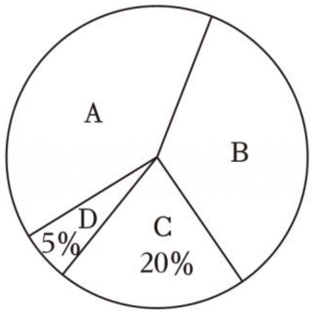
19．（9 分）四川是一个充满想象力的省份，数千年来，生活在这片土地上的人们凭借智慧创造了众多非物质文化遗产，截至目前，已有 9 项入选联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作名录．为了让学生

更加了解四川非遗文化，天府新区某学校组织了非遗文化知识测评，从九年级学生中随机抽取部分学生参加测评，对测评成绩（单位：分）进行统计分析，成绩分为四个等级（A：$90\leqslant x\leqslant 100$，$B$：$80\leqslant x<90$，$C$：$70\leqslant x<80$，$D$：$60\leqslant x<70$），并绘制了如下不完整的条形统计图和扇形统计图：

非遗文化知识测评成绩条形统计图



非遗文化知识测评成绩扇形统计图



（1）本次参加测评人数为<u> 100 </u>人，并补全条形统计图；

（2）若该校九年级共有 800 人，成绩为 80 分及以上记为优秀，请估计该校九年级学生测试成绩为优秀的学生人数；

（3）现有成绩为 A 等级的两位同学和 B 等级的两位同学共四人报名参加非遗汇报，从这四名同学中随机抽取两位参加汇报，请利用画树状图或列表的方法，求恰好抽到一名成绩为 A 等级同学和一名成绩为 B 等级同学的概率是多少？

【分析】（1）根据 C 组的人数和占比可以算出总人数，再根据 D 组的占比可以计算出 D 组的人数，用总人数减去其他组的人数即可求出 B 组人数；

（2）成绩 80 分及以上为优秀，包括 A、B 两组的合计，根据 A，B 两组的合计占比就可以估计该校九年级学生测试成绩为优秀的学生人数；

（3）设 A 等级同学为 A_1，A_2，B 等级同学为 B_1，B_2，画出树状图统计出所有可能的总数，再根据概率计算公式即可求解．

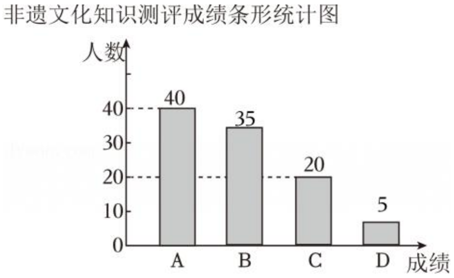
【解答】（1）根据 C 等级人数 20 人占总人数 20，可得总人数为：

$$\frac{20}{20\%}=100(人),$$

D 等级占 5，对应人数为 $100\times 5\%=5$（人），

B 等级人数为 $100-40-20-5=35$（人），

补全条形统计图：



（2）解：成绩 80 分及以上为优秀，即 A、B 等级合计占比：

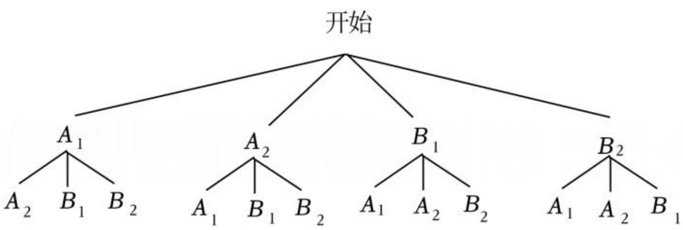
$\frac{40+35}{100}=75\%$，

该校九年级共 800 人，估计优秀人数为：

800×75%＝600（人）

（3）设 A 等级同学为 A_1，A_2，B 等级同学为 B_1，B_2.

从四人中随机抽取两人，所有可能组合如下图：



共 12 种，

抽到一名成绩为 A 等级同学和一名成绩为 B 等级同学的组合有 8 种，

所求概率为：$P=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$.

【点评】本题考查了扇形统计图，条形统计图，概率的计算，关键厘清条形统计图和扇形统计图的联系.

20.（9 分）根据如表所示素材，探索完成任务.

如何确定图书销售单价及怎样进货以获取最大利润	
素材一	某书店为了迎接“读书节”决定购进 A，B 两种新书，两种图书的进价分别是每本 18 元、每本 12 元.
素材二	已知 A 种图书的标价是 B 种图书标价的 1.5 倍，若顾客用 540 元按标价购买图书，能单独购买 A 种图书的数量恰好比单独购买 B 种图书的数量少 10 本.
素材三	该书店准备用不超过 16800 元购进 A，B 两种图书共 1000 本，且 A 种图书不少于 700 本，经市场调查后调整销售方案为：A 种图书按照标价的 8 折销售，B 种图书按标价销

	售．	
问题解决		
任务一	探求图书的标价	请运用适当方法，求出 A，B 两种图书的标价．
任务二	确定如何获得最大利润	书店应怎样进货才能获得最大利润？

【分析】（1）设 B 种图书标价为 x 元，则 A 种图书标价为 $1.5x$ 元，根据题意列关于 x 的分式方程并求解即可；

（2）设购进 A 种图书 m 本，则购进 B 种图书（$1000-m$）本，根据题意列关于 m 的一元一次不等式组并求其解集，设获得的利润为 W 元，写出 W 关于 m 的函数关系式，根据一次函数的增减性和 m 的取值范围，确定当 m 取何值时 W 值最大，求出其最大值及此时 $1000-m$ 的值即可．

【解答】解：（1）设 B 种图书标价为 x 元，则 A 种图书标价为 $1.5x$ 元．

根据题意，得$\frac{540}{x}-\frac{540}{1.5x}=10$，

解得 $x=18$，经检验，$x=18$ 是所列分式方程的根，$1.5\times18=27$（元）．

答：A 种图书标价为 27 元，B 种图书标价为 18 元．

（2）设购进 A 种图书 m 本，则购进 B 种图书（$1000-m$）本．

根据题意，得$\begin{cases}m\geq700\\18m+12(1000-m)\leq1680\end{cases}$，解得 $700\leqslant m\leqslant800$，

设获得的利润为 W 元，则 $W=(0.8\times27-18)m+(18-12)(1000-m)=-2.4m+6000$，

$\because -2.4<0$，$\therefore W$ 随 m 的减小而增大，

$\because 700\leqslant m\leqslant800$，$\therefore$ 当 $m=700$ 时 W 值最大，$W_{最大}=-2.4\times700+6000=4320$，

$1000-700=300$（本）．

答：购进 A 种图书 700 本、B 种图书 300 本才能获得最大利润，最大利润是 4320 元．

【点评】本题考查一次函数的应用、分式方程的应用，掌握分式方程、一元一次不等式组的解法和一次函数的增减性是解题的关键．

21．（9 分）图 1 是某越野车的侧面示意图，折线段 ABC 表示车后盖，已知 $AB=1m$，$BC=0.6m$，$\angle ABC=123°$，该车的高度 $AO=1.7m$．如图 2，打开后备箱，车后盖 ABC 落在 $AB'C'$ 处，AB' 与水平面的夹角 $\angle B'AD=27°$．

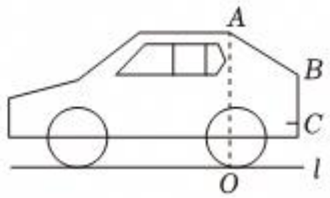


图1

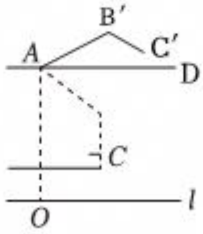


图2

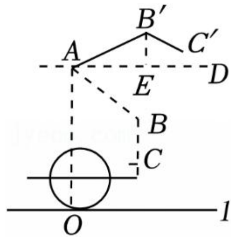
（1）求打开后备箱后，车后盖最高点 B' 到地面 l 的距离；

（2）若小琳爸爸的身高为 1.8m，他从打开的车后盖 C' 处经过，有没有碰头的危险？请说明理由.（结果精确到 0.01m，参考数据：$\sin27° \approx 0.454$，$\cos27° \approx 0.891$．$\tan27° \approx 0.510$，$\sqrt{3} \approx 1.735$.）

【分析】（1）过点 B' 作 $B'E \perp AD$，垂足为 E，根据题意可得：$AB=AB'=1m$，然后在 Rt$\triangle AB'E$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 $B'E$ 的长，从而进行计算即可解答；

（2）过点 C' 作 $C'F \perp B'E$，垂足为 F，根据题意可得：$\angle AEB'=90°$，$BC=B'C'=0.6m$，$\angle ABC=\angle AB'C'=123°$，从而可得$\angle AB'E=63°$，进而可得$\angle FB'C'=60°$，然后在 Rt$\triangle B'C'F$ 中，利用锐角三角函数的定义求出 $B'F$ 的长，最后进行计算，比较即可解答.

【解答】解：（1）过点 B' 作 $B'E \perp AD$，垂足为 E，



由题意得：$AB=AB'=1m$，

在 Rt$\triangle AB'E$ 中，$\angle B'AD=27°$，

$\therefore B'E=AB' \cdot \sin27° \approx 1\times0.454=0.454$（$m$），

$\because AO=1.7m$，

$\therefore AO+B'E=1.7+0.454\approx2.15$（$m$），

∴打开后备箱后，车后盖最高点 B' 到地面 l 的距离约为 2.15m；

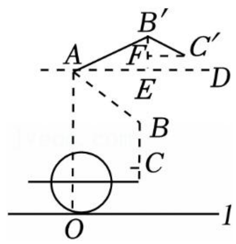
（2）小琳爸爸的身高为 1.8m，他从打开的车后盖 C' 处经过，没有碰头的危险，

理由：过点 C' 作 $C'F \perp B'E$，垂足为 F，

由题意得：$\angle AEB'=90°$，$BC=B'C'=0.6m$，$\angle ABC=\angle AB'C'=123°$，

$\because \angle B'AD=27°$，$\therefore \angle AB'E=90°-\angle B'AD=63°$，

$\therefore \angle FB'C'=\angle AB'C'-\angle AB'E=60°$，



在 Rt$\triangle B'C'F$ 中，$B'F=B'C' \cdot \cos60°=0.6\times\frac{1}{2}=0.3$（$m$），

$\therefore OA+B'E-B'F=2.154-0.3\approx1.85$（$m$），

$\because 1.85m>1.8m$，

∴小琳爸爸的身高为 1.8m，他从打开的车后盖 C' 处经过，没有碰头的危险.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，根据题目的已知条件并结合图形添加适当的辅助线是解题的

关键．

五、解答题（三）（本大题共 2 小题，第 22 小题 13 分，第 23 小题 14 分，共 27 分.）

22．（13 分）给出如下定义：对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$（其中 a、b、c 为常数，且 $a\neq0$，$b\neq0$），我们把一次函数$y=-\frac{b}{2a}x+\frac{c}{a}$叫作该二次函数的“随轴函数”．例如：二次函数$y=-\frac{1}{2}x^2+3x+4$的“随轴函数”为 $y=3x-8$．

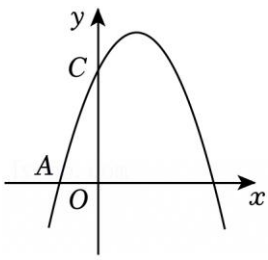
（1）已知二次函数$y=\frac{3}{2}x^2+9x-6$，求该二次函数的“随轴函数”的表达式；

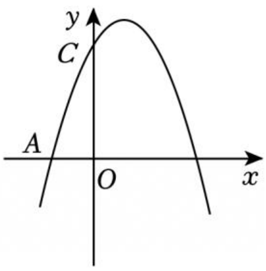
（2）如图，设二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图象 C_1 交 x 轴于点 A（-1，0），交 y 轴于点 C（0，3），它的“随轴函数” $y=kx+d$ 的图象为 L_2，图象 C_1 与 L_2 相交于 B，D 两点（点 D 在点 B 的左侧）．

①求 B，D 两点的坐标；

②直线 $x=n$ 与 C_1，L_2 分别交于点 E，F，与 x 轴交于点 G．连接 BE，CE，CF，当 $0<n<3$ 时，且四边形 $CEBF$ 的面积为$\frac{75}{8}$，求 n 的值；

③若二次函数 $y=-x^2+bx+c$（$x<3$）与它的“随轴函数” $y=kx+d$（$x\geqslant3$）组成新函数 w，若在函数 w 图象上有两点 P，Q（P 与 Q 不重合），点 P 的横坐标为 m，点 Q 的横坐标为 $-m+5$．当 P，Q 之间（包含 P，Q 两点的图象）对应函数的最大值与最小值均不随 m 的变化而变化，求 m 的取值范围．





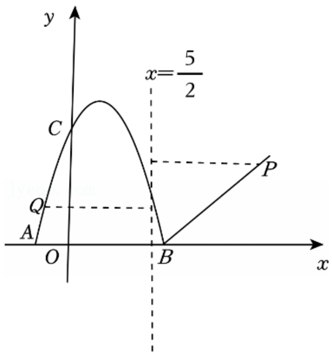
备用图

【分析】（1）根据“随轴函数”的定义，先确定二次函数$y=\frac{3}{2}x^2+9x-6$中$a=\frac{3}{2}$、$b=9$、$c=-6$，代入公式计算$-\frac{b}{2a}$和$\frac{c}{a}$的值，即可求得“随轴函数”的表达式；

（2）①用待定系数法求二次函数解析式，解方程组得到 b、c 的值，根据“随轴函数”的定义，代入二次函数的 a、b、c，得到随轴函数 L_2 的解析式，将二次函数与随轴函数的解析式联立，解一元二次方程，得到的根对应交点 B、D 的横坐标，代入函数解析式可得纵坐标；

②根据直线 $x=n$ 与二次函数 C_1、直线 L_2，对 E、F 两点进行表示，求 E、F 纵坐标的差的绝对值，得到 $EF=-n^2+n+6$，利用四边形 $CEBF$ 的面积公式列方程，解方程得 n 的值；

③分析新函数 w 是分段函数，先确定二次函数的最值、一次函数的单调性，分析出点 P、Q 的位置关于



$x=\frac{5}{2}$对称，分$m>\frac{5}{2}$和$m<\frac{5}{2}$两种情况讨论，得到 m 的取值范围．

【解答】解：（1）∵二次函数$y=\frac{3}{2}x^2+9x-6$，

∴$-\frac{b}{2a}=-\frac{9}{3}=-3$，$\frac{c}{a}=-4$，

∴该二次函数的“随轴函数”为 $y=-3x-4$．答：$y=-3x-4$．

（2）①∵$y=-x^2+bx+c$ 交 x 轴于点 A（-1，0），交 y 轴于点 C（0，3），

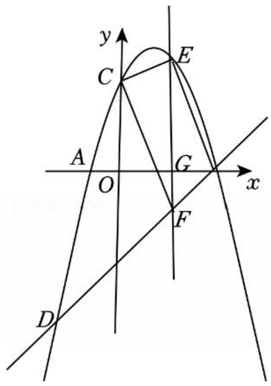
∴$\begin{cases}-1-b+c=0\\c=3\end{cases}$，∴$\begin{cases}b=2\\c=3\end{cases}$，∴$y=-x^2+2x+3$，

∴该二次函数的“随轴函数”为 $y=x-3$，

令 $-x^2+2x+3=x-3$，则 $x^2-x-6=0$，

解得 $x_1=-2$，$x_2=3$，则 $y_1=-5$，$y_2=0$，

∴D（-2，-5），B（3，0）．



②∵G（n，0），∴E（n，$-n^2+2n+3$），F（n，$n-3$），

∴$EF=-n^2+n+6$，

∵$S_{四边形CEBF}=\frac{1}{2}EF\cdot OB$，

∴$S_{四边形CEBF}=\frac{1}{2}(-n^2+n+6)\cdot 3=\frac{75}{8}$，

∴$n^2-n+\frac{1}{4}=0$，解得$n_1=n_2=\frac{1}{2}$，故 n 的值为$\frac{1}{2}$．

③∵$x_P=m$，$x_Q=-m+5$，

∴$\frac{m+(-m+5)}{2}=\frac{5}{2}$，∴点 P、Q 到直线$x=\frac{5}{2}$的距离相等，

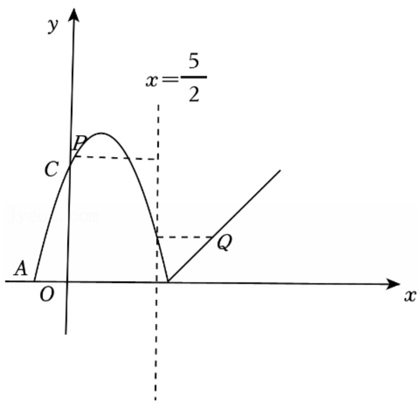
当 $x=1$，$y_{最大值}=-1+2+3=4$，

当 $x=3$ 时，$y_{最小值}=0$，

∵P、Q 之间的图象对应函数的最大值与最小值均不随 m 的变化而变化，

而当 $x=7$ 时，$y=4$，$x=-1$ 时，$y=0$，

当$m>\frac{5}{2}$，如图：



由题意得：$\begin{cases}-1\le -m+5\le 1\\3\le m\le 7\end{cases}$，

∴$4\leqslant m\leqslant 6$；

当$m<\frac{5}{2}$，如图：

由题意得：$\begin{cases}-1\le m\le 1\\3\le -m+5\le 7\end{cases}$，∴ - 1≤$m$≤1，

综上：4≤m≤6 或 - 1≤m≤1．

【点评】本题考查二次函数综合，二次函数解析式求解，平面直角坐标系中图形的面积计算，函数与方程的综合应用，分段函数的最值与取值范围，准确理解新定义是解题关键．

23．（14 分）矩形 $ABCD$ 中，点 M 是 AB 延长线上一点，点 G、E 分别是 AB、CM 的中点，GE 与 DM 相交于点 H．

（1）如图 1，若 AD＝3，AB＝4，MB＝1，tan∠EGM＝<u>　$\frac{2}{5}$　</u>；

（2）如图 2，运动点 M，证明：MH＝GH；

（3）在（2）问的条件下，以 H 为圆心，MH 为半径画圆．

①如图 3，若⊙H 与 CD、AD 分别相切于点 P、Q，求$\frac{AD}{CD}$的值；

②如图 4，若⊙H 经过点 C，$\frac{EH}{EM}=\frac{1}{2}$，求证：四边形 $ABCD$ 是正方形．

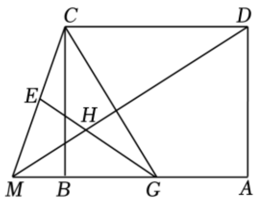


图1

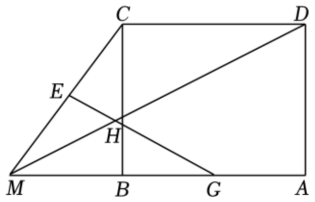


图2

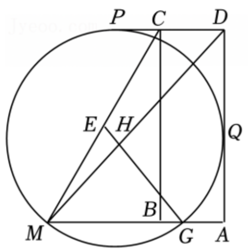


图3

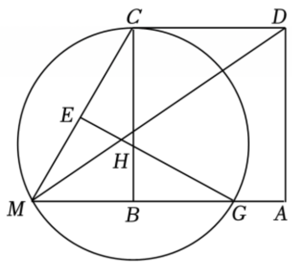


图4

【分析】（1）取 BM 中点 F，连接 EF，根据三角形中位线定理得出$EF=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2}$，$EF$∥$BC$，$BF=\frac{1}{2}$，根据平行线的性质得出∠$EFG$＝∠$ABC$＝90°，然后在 Rt△$EFG$ 中，根据正切的定义求解即可；

（2）设 AB＝2a，AD＝BC＝2b，BM＝2c，取 BM 中点 F，连接 EF，类似（1）求出$tan\angle EGF=\frac{EF}{GF}=\frac{b}{a+c}$，$tan\angle AMD=\frac{AD}{AM}=\frac{2b}{2a+2c}=\frac{b}{a+c}$，则可得出∠$AMD$＝∠$EGF$，然后根据等角对等边即可得证；

（3）①设⊙H 的半径为 r，连接 HP、HQ、MQ、GQ，证明四边形 $HPDQ$ 是正方形，得出$\angle HDQ=\frac{1}{2}\angle PDQ=45°$，$DH=\sqrt{2}r$，$DQ$＝$HQ$＝$r$，判断△$ADM$ 是等腰直角三角形，求出$AD=\frac{\sqrt{2}}{2}MD=$

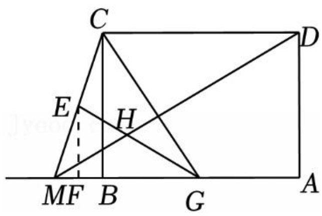
$\frac{\sqrt{2}+2}{2}r$，$AQ=\frac{\sqrt{2}}{2}r$，判断△MHG是等腰直角三角形，得出$MG=\sqrt{2}r$，根据切线的性质，等边对等角，三角形的内角和定理可得出∠GHQ＝2∠AQG，然后结合圆周角定理可得出∠AQG＝∠AMG，证明△AQG∽△AMG，根据相似三角形的性质得出$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}r}{\sqrt{2}r+AG}=\frac{AG}{\frac{\sqrt{2}}{2}r}$，求出$AG=\frac{2-\sqrt{2}}{2}r$，则$CD=AB=2AG=(2-\sqrt{2})r$，最后代入$\frac{AD}{CD}$计算即可；

②设EH＝a，AD＝BC＝$2b$，则EM＝$2a$，根据垂径定理的推论得出HE⊥CM，CM＝$2EM$＝$4a$，根据勾股定理求出$HM=HG=\sqrt{5}a$，在Rt△EGM中，根据正切的定义求出tan∠EMG=$\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，$tan\angle EGM=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，在Rt△$BCM$中，根据正切的定义求出$BM$=$(\sqrt{5}-1)b$，由（2）知：∠$AMD$＝∠$EGF$，则tan∠$AMD$＝tan∠$EGM$=$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，在Rt△$ADM$中，根据正切的定义求出$AM$＝（$\sqrt{5}$＋1）$b$，则$AB$＝$AM$﹣$BM$＝$2b$＝$AD$，最后根据正方形的判定即可得证．

【解答】（1）解：矩形$ABCD$中，AD＝3，AB＝4，

∴BC＝AD＝3，∠ABC＝∠ADC＝∠A＝90°，

取BM中点F，连接EF，



∵E是MC中点，MB＝1，

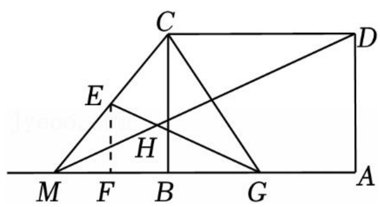
∴$EF=\frac{1}{2}BC=\frac{3}{2}$，$EF$∥$BC$，$BF=\frac{1}{2}$.

∴∠EFG＝∠ABC＝90°，

∵G是AB中点，∴$BG=\frac{1}{2}AB=2$，

∴$FG=\frac{5}{2}$，∴$tan\angle EGM=tan\angle EGF=\frac{EF}{GF}=\frac{3}{5}$；

（2）证明：设AB＝$2a$，AD＝BC＝$2b$，BM＝$2c$，取BM中点F，连接EF，



∵E是MC中点，∴$EF=\frac{1}{2}BC=b$，EF∥BC，$BF=\frac{1}{2}BM=c$，

∴∠EFG＝∠ABC＝90°，

∵G是AB中点，∴$BG=\frac{1}{2}AB=a$，∴FG＝a+c，

∴$tan\angle EGF=\frac{EF}{GF}=\frac{b}{a+c}$，tan∠$AMD$=$\frac{AD}{AM}=\frac{2b}{2a+2c}=\frac{b}{a+c}$,，

∴tan∠AMD＝tan∠EGF，∴∠AMD＝∠EGF，∴MH＝GH；

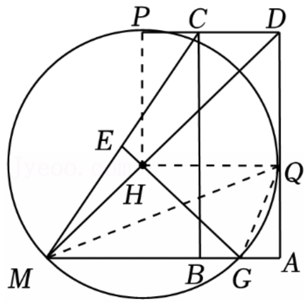
（3）①解：设⊙H的半径为r，连接HP、HQ、MQ、GQ，

∵⊙H与CD、AD分别相切于点P、Q，

∴$DP=DQ$，$HP\perp DP$，$HQ\perp AD$，

又∵$\angle ADC=90°$，∴四边形$HPDQ$是矩形，

∵$HP=HQ=r$，∴矩形$HPDQ$是正方形，



∴$\angle HDQ=\frac{1}{2}\angle PDQ=45°$，$DQ=HQ=r$，

∴$DH=\sqrt{r^2+r^2}=\sqrt{2}r$，

∵$\angle A=90°$，∴$\triangle ADM$是等腰直角三角形，

∴$AD=\frac{\sqrt{2}}{2}MD=\frac{\sqrt{2}}{2}(r+\sqrt{2}r)=\frac{\sqrt{2}+2}{2}r$，∴$AQ=AD-DQ=\frac{\sqrt{2}}{2}r$，

同理$\triangle MHG$是等腰直角三角形，∴$MG=\sqrt{2}r$，

∵$HQ\perp DA$，∴$\angle AQG=90°-\angle HQG$，

∵$HQ=HG$，∴$\angle HQG=\angle HGQ$，∴$\angle GHQ=180°-2\angle HQG$，∴$\angle GHQ=2\angle AQG$，

又$\angle GHQ=2\angle AMQ$，∴$\angle AQG=\angle AMG$，

又∵$\angle A=\angle A$，∴$\triangle AQG\backsim\triangle AMQ$，

∴$\frac{AQ}{AM}=\frac{AG}{AQ}$，即$\frac{\frac{\sqrt{2}}{2}r}{\sqrt{2}r+AG}=\frac{AG}{\frac{\sqrt{2}}{2}r}$，解得$AG=\frac{2-\sqrt{2}}{2}r$（负值舍去），

∵G是AB中点，∴$CD=AB=2AG=(2-\sqrt{2})r$，∴$\frac{AD}{CD}=\frac{\frac{\sqrt{2}+2}{2}r}{(2-\sqrt{2})r}=\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$;

②证明：设$EH=a$，$AD=BC=2b$，

∵$\frac{EH}{EM}=\frac{1}{2}$，∴$EM=2a$，

∵⊙H经过点C，E为CM中点，∴$HE\perp CM$，$CM=2EM=4a$，

∴$HM=HG=\sqrt{EH^2+EM^2}=\sqrt{5}a$，∴在Rt$\triangle EGM$中，$tan\angle EMG=\frac{EG}{EM}=\frac{a+\sqrt{5}a}{2a}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，

$\tan\angle EGM=\frac{ME}{EG}=\frac{2a}{a+\sqrt{5}a}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

在Rt$\triangle BCM$中，$\tan\angle CMB=\frac{BC}{BM}=\frac{2b}{BM}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$，∴$BM=(\sqrt{5}-1)b$，

由（2）知：$\angle AMD=\angle EGM$，∴$\tan\angle AMD=\tan\angle EGM=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

在Rt$\triangle ADM$中，$\tan\angle AMD=\frac{AD}{AM}=\frac{2b}{AM}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$，

解得$AM=(\sqrt{5}+1)b$，∴$AB=AM-BM=2b=AD$，

∴矩形$ABCD$是正方形.