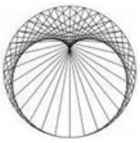
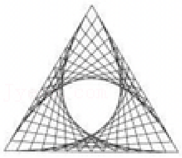
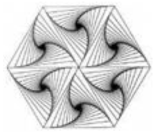
2026年广东省东莞市中考数学一模模拟试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共10小题，每小题3分，共30分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．（3分）下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（　　）

A． B． C． D．

【分析】判断轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分沿对称轴折叠后可重合；判断中心对称图形是要寻找对称中心，图形旋转180度后与原图重合．根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解．

【解答】解：A．选项中的图形是轴对称图形而不是中心对称图形，故不符合题意；

B．选项中的图形是轴对称图形而不是中心对称图形，故不符合题意；

C．选项中的图形既是轴对称图形，又是中心对称图形，故符合题意；

D．选项图形不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意．

故选：C．

【点评】本题主要考查轴对称图形及中心对称图形的识别，做题的关键是掌握中心对称图形与轴对称图形的概念．

2．（3分）“华阳湖湿地公园”“银瓶山森林公园”“鸦片战争博物馆”是东莞市三个有代表性的旅游景点．小明准备从这三个景点中随机选择1个景点作为游览的首站，则刚好选中“鸦片战争博物馆”的概率是（　　）

A．$\frac{1}{6}$　　B．$\frac{1}{3}$　　C．$\frac{1}{2}$　　D．$\frac{2}{3}$

【分析】根据概率公式进行计算即可．

【解答】解：刚好选中“鸦片战争博物馆”的概率是$\frac{1}{3}$.

故选：B．

【点评】本题主要考查概率公式，熟练掌握概率公式是解题的关键．

3．（3分）验光师经常以“×××D”的方式记录近视程度，例如，近视50度记录为“﹣0.50D”，近视100度记录为“﹣1.00D”．通常近视超过200度时就需要持续佩戴眼镜进行视力矫正，下列是4位同学的验光记录，需要持续佩戴眼镜的是（　　）

A．$-2.50D$　　　B．$-0.75D$　　　C．$-1.25D$　　　D．$-1.50D$

【分析】用正负数表示两种具有相反意义的量，据此即可得出答案．

【解答】解：由题意得$-2.50D$表示近视 250 度，$-0.75D$表示近视 75 度，$-1.25D$表示近视 125 度，$-1.50D$表示近视 150 度，

那么需要持续佩戴眼镜的是$-2.50D$，

故选：A．

【点评】本题考查正数和负数，理解其实际意义是解题的关键．

4．（3 分）下列运算结果为 x^6 的是（　　）

A．$x^2\bullet x^3$　　　B．x^3+x^3　　　C．$x^8\div x^2$　　　D．$(x^3)^3$

【分析】根据同底数幂相乘，底数不变指数相加；合并同类项法则；同底数幂相除，底数不变指数相减；幂的乘方，底数不变指数相乘，对各选项分析判断后利用排除法求解．

【解答】解：A、$x^2\bullet x^3=x^5$，故此选项不符合题意；

B、$x^3+x^3=2x^3$，故此选项不符合题意；

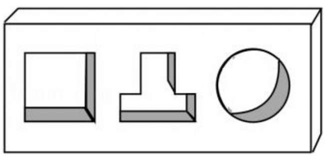
C、$x^8\div x^2=x^6$，故此选项符合题意；

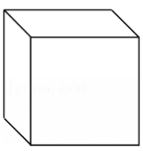
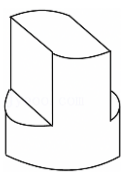
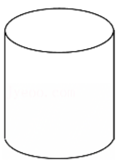
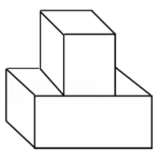
D、$(x^3)^3=x^9$，故此选项不符合题意；

故选：C．

【点评】本题考查合并同类项、同底数幂的乘法、幂的乘方与积的乘方、同底数幂的除法，熟练掌握运算性质和法则是解题的关键．

5．（3 分）如图，能够塞住木板上三个孔洞的塞子是（　　）



A．　B．　C．　D．

【分析】三视图轮廓的孔形样板就是某一个塞子的三种视图，根据三种视图的知识判断则可．

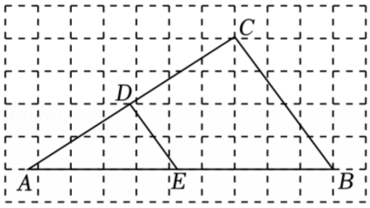
【解答】解：选项 B 的左视图、主视图、俯视图恰好对应木板上的三个孔洞．

故选：B．

【点评】本题主要考查了由三视图判断几何体，考查了三视图的应用，考查了空间想象能力，是基础题．

6．（3 分）如图，由边长为 1 的小正方形构成的网格中，点 B，C 都在格点上，点 D，E 分别是边 AC，AB

的中点，则线段 DE 的长为（　　）



A．2　　　　　　B．2.5　　　　　　C．3　　　　　　D．3.5

【分析】由勾股定理得到 $BC=5$，由三角形中位线定理推出 $DE=\frac{1}{2}BC=2.5$．

【解答】解：由勾股定理得到：$BC=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

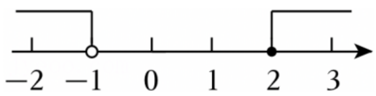
∵点 D，E 分别是边 AC，AB 的中点，

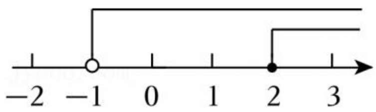
∴$DE=\frac{1}{2}BC=2.5$．

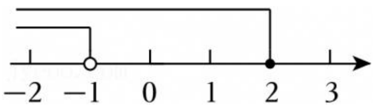
故选：B．

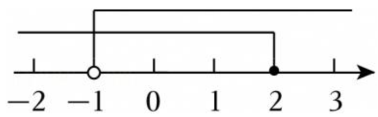
【点评】本题考查三角形中位线定理，勾股定理，关键是由勾股定理求出 BC 的长，由三角形中位线定理得到 $DE=\frac{1}{2}BC$．

7．（3 分）不等式组$\begin{cases}-2x+5\geq 1\\ 4x+1>3x\end{cases}$的解集在数轴上表示正确的是（　　）

A．

B．

C．

D．

【分析】先分别解出不等式组中两个不等式的解集，再取它们的公共部分，最后对照数轴表示选出正确选项．

【解答】解：解不等式 $-2x+5\geqslant 1$：

$-2x\geqslant 1-5$

$-2x\geqslant -4$

$x\leqslant 2$，

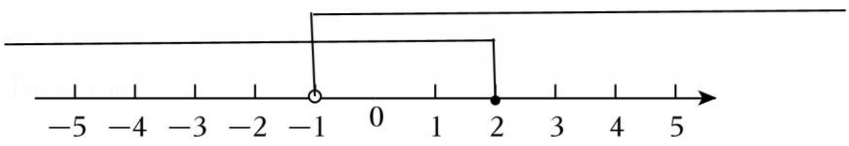
解不等式 $4x+3x$，

$4x-3x>-1$，

$x>-1$，

取两个解集的公共部分，得到不等式组的解集：$-1<x\leqslant 2$，

该解集在数轴上表示为：



.

故选：D.

【点评】本题考查一元一次不等式组的解法及其在数轴上的表示，熟练掌握不等式的求解步骤和数轴表示解集的规则是解题的关键

8.（3分）将分式方程$\frac{x-2}{x-3}+\frac{2}{3-x}=2$化为整式方程，正确的是（　　）

A．$x-2+2=2(x-3)$　　　　B．$x-2-2=2x-3$

C．$x-2-2=2(x-3)$　　　　D．$x-2+2(x-3)=2(x-3)$

【分析】将原方程的两边同时乘以（$x-3$）去分母即可.

【解答】解：已知分式方程$\frac{x-2}{x-3}+\frac{2}{3-x}=2$，

去分母得：$x-2-2=2(x-3)$，

故选：C.

【点评】本题考查解分式方程，熟练掌握解方程的方法是解题的关键.

9.（3分）将抛物线$y=(x-3)^2-5$向左平移4个单位，抛物线与y轴交于点$C(0，c)$，在平移过程中c的值会（　　）

A．逐渐增大　　　　B．逐渐减小

C．先增大后减小　　　　D．先减小后增大

【分析】根据“左加右减”的平移法则进行计算即可.

【解答】解：由题知，

将抛物线$y=(x-3)^2-5$向左平移4个单位长度后，所得抛物线的解析式为$y=(x+1)^2-5$.

因为抛物线$y=(x-3)^2-5$与y轴的交点坐标为（0，4），抛物线$y=(x+1)^2-5$与y轴的交点坐标为（0，－4），

所以当向左平移3个单位长度时，所得抛物线与y轴的交点纵坐标取得最小值为－5，

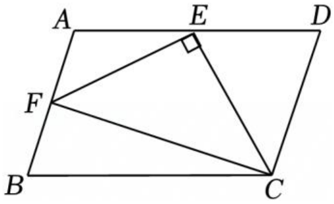
所以在整个平移过程中c的值先减小后增大.

故选：D.

【点评】本题主要考查了二次函数图象与几何变换及二次函数图象上点的坐标特征，熟知二次函数的图象与性质是解题的关键.

10.（3分）如图，▱$ABCD$中，点E，F分别是AD，AB边上的中点，连接EF，CE，CF．若△CEF是等

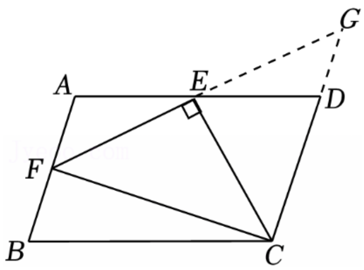
腰直角三角形，$\angle CEF=90^\circ$，$AB=2$，则 CF 的长是（　　）



A．3　　　　B．$2\sqrt{3}$　　　　C．$2\sqrt{2}$　　　　D．3.5

【分析】延长 FE 和 CD 交于 G，判定$\triangle EDG\cong\triangle EAF$（$AAS$），推出 $EG=EF$，$DG=AF$，判定 CE 垂直平分 FG，得到 $CF=CG$，求出 $CG=3$，即可得到 CF 的长．

【解答】解：延长 FE 和 CD 交于 G，



$\because ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore AB\parallel CD$，$CD=AB=2$，

$\therefore \angle G=\angle AFE$，$\angle EDG=\angle A$，

$\because E$ 是 AD 的中点，

$\therefore DE=AE$，

$\therefore \triangle EDG\cong\triangle EAF$（$AAS$），

$\therefore EG=EF$，$DG=AF$，

$\because \angle CEF=90^\circ$，

$\therefore CE$ 垂直平分 FG，

$\therefore CF=CG$，

$\because F$ 是 AB 边上的中点，

$\therefore AF=\frac{1}{2}AB=1$，

$\therefore CG=CD+DG=2+1=3$，

$\therefore CF=3$．

故选：A．

【点评】本题考查平行四边形的性质，全等三角形的判定和性质，线段垂直平分线的性质，关键是判定$\triangle EDG\cong\triangle EAF$（$AAS$）．

二、填空题：本大题共 5 小题，每小题 3 分，共 15 分。

11．（3 分）计算：$\sqrt{9}-(-2026)^0=$__2__．

【分析】先根据算术平方根、零指数幂的运算法则计算，再根据有理数的减法法则计算即可．

【解答】解：$\sqrt{9}-(-2026)^0=3-1=2$，

故答案为：2．

【点评】本题考查了实数的运算，熟练掌握运算法则是解题的关键．

12．（3 分）某水果公司从一批柑橘中随机抽取若干柑橘，进行“柑橘损坏率”统计，部分数据记录如下：

柑橘总质量/kg	100	150	200	250	300	350	400	450	500
损坏柑橘质量/kg	10.50	15.15	19.42	24.25	30.93	35.32	39.24	44.57	51.54
柑橘损坏的频率	0.105	0.101	0.097	0.097	0.103	0.101	0.098	0.099	0.103

则由此可以估计这批柑橘损坏的概率为__0.1___．（结果保留小数点后一位）

【分析】利用频率估计概率得到随实验次数的增多，发芽的频率越来越稳定在 0.1 左右，由此可估计柑橘损坏率大约是 0.1．

【解答】解：根据表中的损坏的频率，当实验次数的增多时，柑橘损坏的频率越来越稳定在 0.1 左右，所以由此可以估计这批柑橘损坏的概率为 0.1．

故答案为：0.1．

【点评】本题考查了利用频率估计概率：大量重复实验时，事件发生的频率在某个固定位置左右摆动，并且摆动的幅度越来越小，根据这个频率稳定性定理，可以用频率的集中趋势来估计概率，这个固定的近似值就是这个事件的概率；用频率估计概率得到的是近似值，随实验次数的增多，值越来越精确．

13．（3 分）请写出一个两实数根之积为 6 的一元二次方程__$x^2-5x+6=0$（答案不唯一）___．

【分析】根据题意可以写出一个符合题意的方程．

【解答】解：方程（$x-2$）（$x-3$）＝0 的两个根为 2 和 3，两根的积为 6，

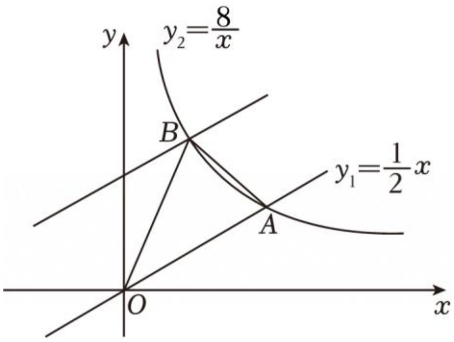
∴两实数根之积为 6 的一元二次方程可以为（$x-2$）（$x-3$）＝0，

即两实数根之积为 6 的一元二次方程为 $x^2-5x+6=0$，

故答案为：$x^2-5x+6=0$（答案不唯一）．

【点评】本题考查根与系数的关系，解答本题的关键是明确题意，写出相应的方程．

14．（3 分）如图，正比例函数$y_1=\frac{1}{2}x$与反比例函数$y_2=\frac{8}{x}(x>0)$的图象交于点 A．把直线$y_1=\frac{1}{2}x$向上平移 3 个单位长度与$y_2=\frac{8}{x}(x>0)$的图象交于点 B，连接 AB，OB，则△AOB 的面积是__6___．

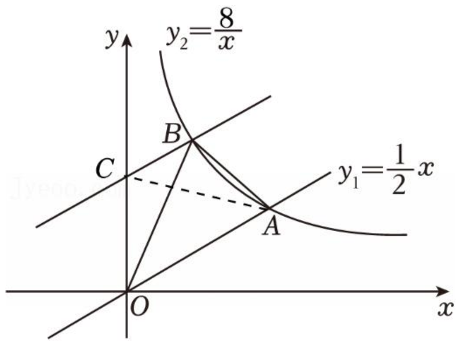


【分析】根据题意，求出点 A 和点 B 坐标，令平移后的直线与 y 轴的交点为 C，连接 AC，将三角形 AOB 的面积转化为三角形 AOC 的面积进行计算即可．

【解答】解：连接 AC，如图所示，

由平移可知，直线 BC 的函数解析式为 $y=\frac{1}{2}x+3$，

则点 C 坐标为（0，3）．



由$\frac{1}{2}x=\frac{8}{x}$得，

$x=\pm4$．

因为 $x_A>0$，

所以点 A 坐标为（4，2）．

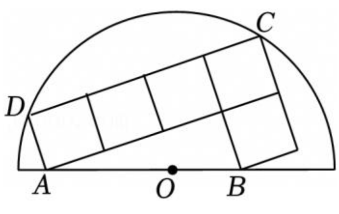
因为 $OA\parallel BC$，

所以$S_{\triangle AOB}=S_{\triangle AOC}=\frac{1}{2}\times3\times4=6$．

故答案为：6．

【点评】本题主要考查了反比例函数与一次函数的交点问题，熟知反比例函数及一次函数的图象与性质是解题的关键．

15．（3 分）如图，由 5 个边长为 3 的小正方形组成的 L 型图案如图摆放，点 A，B 在半圆直径上，点 C，D 在半圆上，则半圆的半径为__$\sqrt{61}$__ ．

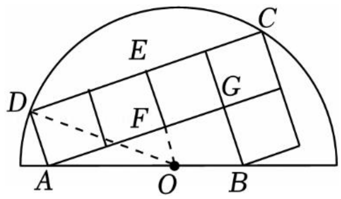


【分析】设 AP 与 CD 平行且相等，CD 中点为 E，连 AP 中点为 F，接 OD，OF，OE，由垂径定理可知 O、F、E 共线，设 FP 中点为 G，由比例关系可以求出 OF，再算出 OE，最后由勾股定理算出 OD 即可．

【解答】解：如图，连接 OD、OE、OF.

由垂径定理可知 $OE\perp CD$，

$\because EF\perp CD$，



$\therefore O$、F、E 三点共线，

$\therefore OF\perp AF$，

$\therefore OF\parallel BG$，

$\therefore \frac{OF}{BG}=\frac{AF}{AG}$，

$\therefore \frac{OF}{3}=\frac{6}{9}$，

$\therefore OF=2$，

$\therefore OE=OF+EF=2+3=5$，

$\therefore OD=\sqrt{OE^2+DE^2}=\sqrt{5^2+6^2}=\sqrt{61}$

故答案为：$\sqrt{61}$.

【点评】本题为一道几何综合计算题，主要考查了垂径定理、勾股定理、平行线分线段成比例定理等知识点，作出辅助线并正确计算是解题关键.

三、解答题（一）：本大题共 3 小题，每小题 7 分，共 21 分。

16.（7 分）按要求完成：

（1）将 $3x^2+12xy+12y^2$ 因式分解；

（2）当 $x=5$，$y=-\frac{3}{2}$时，求 $3x^2+12xy+12y^2$ 的值.

【分析】（1）先提公因式，再利用完全平方公式继续分解即可解答；

（2）利用（1）的结论进行计算，即可解答.

【解答】解：（1）$3x^2+12xy+12y^2$

$=3(x^2+4xy+4y^2)$

$=3(x+2y)^2$；

（2）当 $x=5$，$y=-\frac{3}{2}$时，

$3x^2+12xy+12y^2$

$=3(x+2y)^2$

$=3\times[5+2\times(-\frac{3}{2})]^2$

$=3\times2^2$

$=3\times4$

$=12$.

【点评】本题考查了提公因式法与公式法的综合运用，准确熟练地进行计算是解题的关键．

17.（7 分）小明计划购买一块用于记录日常运动和健康数据的智能手表，拟通过统计方法对三款备选产品进行综合评分选购．他围绕智能手表的核心指标设计评分项目，结合用户反馈确定评价层级，并依据个人使用需求制定计分规则，相关信息如下：

评分项目 评价层级 备选手表	健康监测准确性	运动模式丰富度	电池续航	外观颜值	佩戴舒适度
A	非常好	一般	良好	一般	良好
B	一般	非常好	非常好	非常好	非常好
C	非常好	非常好	良好	一般	良好

层级赋分：“非常好”赋 3 分，“良好”赋 2 分，“一般”赋 1 分．

计分规则：总分$=4\times$健康监测准确性$+2\times$运动模式丰富度+电池续航+外观颜值+佩戴舒适度．

（1）从计分规则可以看出，小明最重视哪一个评分项目？

（2）请计算每款智能手表的总分，按此计分规则，小明会选购哪款智能手表？

（3）结合本次计分规则的设计逻辑，分析“B 款手表‘非常好’的项目数量最多，但小明未选择它”的原因．

【分析】（1）对比计分规则里各项权重系数，系数最大的项目，就是小明最重视的项目；

（2）先按层级赋分，再代入加权公式分别计算三款总分，比较分数选出最高分款式；

（3）本题为加权评分，不按评优个数判定；B 款高权重健康监测得分低，拉低整体总分．

【解答】解：（1）计分规则中，健康监测准确性的权重系数为 4，是所有项目里最大的，

所以小明最重视健康监测准确性；

（2）由题意：非常好$=3$ 分，良好$=2$ 分，一般$=1$ 分总分公式：总分$=4\times$健康监测$+2\times$运动模式+电池续航+外观颜值+佩戴舒适度，

A 款得分：$4\times3+2\times1+2+1+2=19$，

B 款得分：$4\times1+2\times3+3+3+3=19$，

C 款得分：$4\times3+2\times3+2+1+2=23$，

因为 23＞19，C 款总分最高，

所以小明会选购 C 款智能手表；

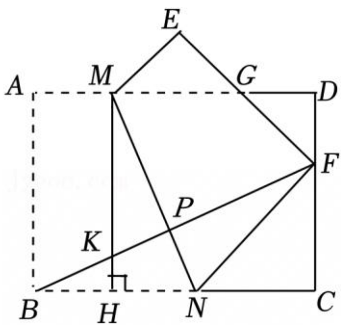
（3）本次采用加权评分，不是单纯统计“非常好”的项目个数；健康监测准确性权重最高，B 款此项仅为一般，得分偏低；其余高权重项目 C 款表现更好，拉高总分；B 款虽“非常好”项目数量多，但多集中在低权重指标，无法弥补高权重项目的分值差距，因此未被选择．

【点评】本题考查统计表，解题的关键是学会从统计表中获取信息．

18．（7 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=6$，$BC=8$，点 M，N 分别在边 AD，BC 上，将矩形 $ABCD$ 沿着 MN 折叠，使点 A，B 分别落在 E，F 处，且点 F 在线段 CD 上（不与两端点重合），EF 与 AD 交于点 G，过点 M 作 $MH\perp BC$ 于点 H，连接 BF 分别与 MH，MN 交于点 K，P．

（1）请写出三个与△MHN 相似的三角形，并从中任选一个证明它与△MHN 相似；

（2）求$\dfrac{MN}{BF}$的值．



【分析】（1）根据折叠的性质得到 MN 垂直平分 BF，则 $\angle MPK=90^\circ$，则根据等角的余角相等得到$\angle PMK=\angle KBH$，接着利用 $MH\perp BC$ 得到$\angle MHN=90^\circ$，于是根据相似三角形的判定方法得到△MHN∽△BCF，同样可得△BHK、MPK 与△MHN 相似；

（2）易得四边形 $ABHM$ 为矩形得到 $MH=AB=6$，由于△MHN∽△BCF，则根据相似三角形的性质可得$\dfrac{MN}{BF}$的值．

【解答】解：（1）三个与△MHN 相似的三角形可为△BCF，△BHK，△MPK．

对于△MHN∽△BCF．

证明如下：

∵四边形 $ABCD$ 为矩形，

∴$\angle C=90^\circ$，

∵矩形 $ABCD$ 沿着 MN 折叠，使点 A，B 分别落在 E，F 处，且点 F 在线段 CD 上（不与两端点重合），

∴MN 垂直平分 BF，

∴$\angle MPK=90^\circ$，

∵$\angle MKP=\angle BKH$，

∴$\angle PMK=\angle KBH$，

∵$MH\perp BC$，

∴$\angle MHN=90^\circ$，

∵$\angle NMH=\angle FBC$，$\angle MHN=\angle C$，

∴$\triangle MHN\backsim\triangle BCF$；

（2）∵四边形 $ABCD$ 为矩形，

∴$\angle A=\angle ABC=90^\circ$，

而$\angle MNB=90^\circ$，

∴四边形 $ABHM$ 为矩形，

∴$MH=AB=6$，

∵$\triangle MHN\backsim\triangle BCF$，

∴$\frac{MN}{BF}=\frac{MH}{BC}=\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，在判定两个三角形相似时，应注意利用图形中已有的公共角、公共边等隐含条件，以充分发挥基本图形的作用；在运用相似三角形的性质时，利用相似比表示面积之间的关系或进行几何计算．也考查了矩形的性质和折叠的性质．

四、解答题（二）：本大题共 3 小题，每小题 9 分，共 27 分。

19.（9 分）为落实劳动教育，培养学生责任意识，学校组织各班开展绿植养护实践活动．某班计划花费不超过 228 元，采购绿萝与吊兰两种绿植共 20 盆，用于班级角落布置，根据同学喜好，采购绿萝的数量不少于吊兰数量的 2 倍．已知购买 1 盆绿萝和 2 盆吊兰共需 30 元，购买 2 盆绿萝和 5 盆吊兰共需 69 元．

（1）求采购 1 盆绿萝、1 盆吊兰各需多少元？

（2）室内正常光照下，每盆绿萝每天可吸收二氧化碳约 0.12 克，每盆吊兰每天可吸收二氧化碳约 0.10 克．怎样采购才能使这 20 盆绿植每天吸收二氧化碳总量最大？最大吸收总量是多少？

【分析】（1）设采购 1 盆绿萝需 x 元，1 盆吊兰需 y 元，根据“购买 1 盆绿萝和 2 盆吊兰共需 30 元，购买 2 盆绿萝和 5 盆吊兰共需 69 元”，可列出关于 x，y 的二元一次方程组，解之即可得出结论；

（2）设购买 m 盆绿萝，则购买（$20-m$）盆吊兰，根据“总花费不超过 228 元，且采购绿萝的数量不少于吊兰数量的 2 倍”，可列出关于 m 的一元一次不等式组，解之可得出 m 的取值范围，结合 m 为正整数，可得出各采购方案，再求出各方案每天吸收二氧化碳的总量，比较后，即可得出结论．

【解答】解：（1）设采购 1 盆绿萝需 x 元，1 盆吊兰需 y 元，

根据题意得：$\begin{cases}x+2y=30\\2x+5y=69\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=12\\y=9\end{cases}$．

答：采购 1 盆绿萝需 12 元，1 盆吊兰需 9 元；

（2）设购买 m 盆绿萝，则购买（20 - m）盆吊兰，

根据题意得：$\begin{cases}12m+9(20-m)\le 228\\m\ge 2(20-m)\end{cases}$，

解得：$\frac{40}{3}\le m\leqslant 16$，

又∵m 为正整数，

∴m 可以为 14，15，16，

∴共有 3 种采购方案，

方案 1：购买 14 盆绿萝，6 盆吊兰，每天吸收二氧化碳的总量为 0.12×14+0.10×6＝2.28（克）；

方案 2：购买 15 盆绿萝，5 盆吊兰，每天吸收二氧化碳的总量为 0.12×15+0.10×5＝2.3（克）；

方案 3：购买 16 盆绿萝，4 盆吊兰，每天吸收二氧化碳的总量为 0.12×16+0.10×4＝2.32（克），

∵2.28＜2.3＜2.32，

∴当购买 16 盆绿萝，4 盆吊兰时，每天吸收二氧化碳总量最大，最大吸收总量是 2.32 克．

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式组的应用，解题的关键是：（1）找准等量关系，正确列出二元一次方程组；（2）根据各数量之间的关系，正确列出一元一次不等式组．

20.（9 分）综合与探究：若正数 a，b，c 满足 $0<a\leqslant b\leqslant c$，且$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$．

（1）探究一：探究 a 的取值范围；

探究过程			推理依据
第一步	思路 1	思路 2	思路 1 是根据正分数的比较规则：分子相同(都是 1)的正分数，分母越大，分数越小．思路 2 中得到“$\frac{b}{ab}\ge\frac{a}{ab}$”，是根据不等式的
	∵$0<a\leqslant b\leqslant c$，∴$\frac{1}{a}\ge\frac{1}{b}\ge\frac{1}{c}>0$．	∵$0<a\leqslant b\leqslant c$，∴$ab>0$．∴$\frac{b}{ab}\ge\frac{a}{ab}$，即$\frac{1}{a}\ge\frac{1}{b}$．同理$\frac{1}{a}\ge\frac{1}{c}$，$\frac{1}{b}\ge$	

		$\frac{1}{c}$. $\therefore \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} \geq \frac{1}{c}>0$.	性质：<u>不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变</u>．
第二步	$\therefore \frac{1}{a}+\frac{1}{a}+\frac{1}{a} \geq \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.		根据不等式的放缩法：因为$\frac{1}{a}$是$\frac{1}{a}$，$\frac{1}{b}$，$\frac{1}{c}$这三个数里最大的，所以3个$\frac{1}{a}$相加，一定大于或等于这三个数的和．
第三步	$\therefore \frac{3}{a} \geq 1$，解得 $a\leqslant3$．		根据不等式的性质．
第四步	又$\because \frac{1}{a}<\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$.		根据不等式的放缩法：<u>因为$\frac{1}{b}$，$\frac{1}{c}$这两个数都大于0，所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$一定大于$\frac{1}{a}$</u>．
第五步	$\therefore \frac{1}{a}<1$，解得 $a>1$．		根据不等式的性质．
第六步	$\therefore 1<a\leqslant3$．		a 的取值范围是两个不等式解集的公共部分．

（2）探究二：探究方程$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1$的正整数解．

若 a，b，c 为三个正整数，求所有满足条件的 a，b，c 的值．

【分析】（1）根据分数和不等式的性质分析即可；

（2）由（1）得 $1<a\leqslant3$，则正整数 a 的取值为2或3．①当 $a=2$ 时，解得 $2\leqslant b\leqslant4$，再分三种情况求解；②当 $a=3$ 时，此时 $b=3$，$c=3$．即可得解．

【解答】解：（1）第一步：思路1是根据正分数的性质：分子相同（都是1）的正分数，分母越大，分

数越小.

思路 2 中得到“$\frac{b}{ab} \geq \frac{a}{ab}$”，是根据不等式的性质：不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变.

第四步：因为$\frac{1}{b}$，$\frac{1}{c}$这两个数都大于 0，所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$一定大于$\frac{1}{a}$；

故答案为：分数越小；不等式两边乘（或除以）同一个正数，不等号的方向不变；因为$\frac{1}{b}$，$\frac{1}{c}$这两个数都大于 0，所以$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$一定大于$\frac{1}{a}$；

（2）由（1）得 $1<a\leqslant 3$，且正整数 a、b、c 满足 $a\leqslant b\leqslant c$，

∴正整数 a 的取值为 2 或 3.

①当 $a=2$ 时，$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$，

∵$b\leqslant c$，

∴$\frac{1}{b} \geq \frac{1}{c}$，

∴$\frac{2}{b} \geq \frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{1}{2}$，

解得 $b\leqslant 4$.

∴$2\leqslant b\leqslant 4$.

当 $b=2$ 时，$\frac{1}{c}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$，与题意不符，舍去.

当 $b=3$ 时，$\frac{1}{c}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}$，则 $c=6$.

当 $b=4$ 时，$\frac{1}{c}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}$，则 $c=4$.

②当 $a=3$ 时，$\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$，

∵$\frac{1}{b} \geq \frac{1}{c}$，

∴$\frac{2}{b} \geq \frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{2}{3}$，

解得 $b\leqslant 3$.

∵$a\leqslant b\leqslant c$，

∴$b=3$，此时$\frac{1}{c}=\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$，则 $c=3$.

综上所述，a、b、c 的值为 2、3、6 或 2、4、4 或 3、3、3.

【点评】本题考查了不等式的基本性质，一元一次不等式的解，掌握不等式的基本性质是解题的关键.

21．（9 分）综合与实践：探究汽车盲区与安全行驶的问题

问题提出　很多交通事故和汽车盲区有关，汽车盲区是指驾驶员位于正常驾驶位置时，其视线被车体遮挡而不能直接观察到（含通过后视镜观察）的那部分区域.

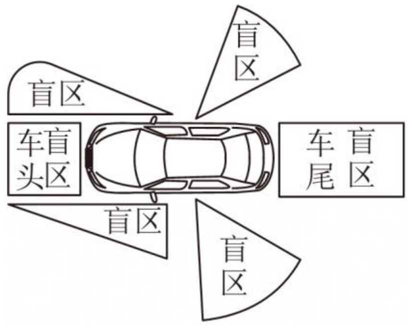
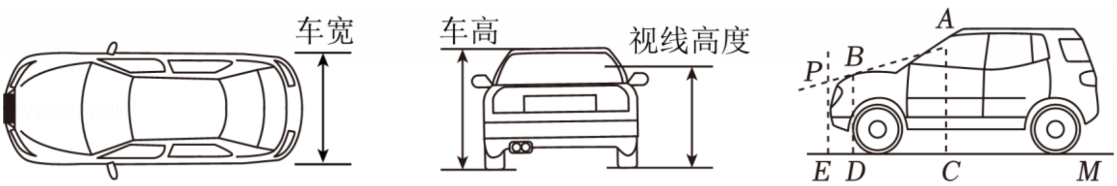


图1

知识储备　盲区产生的基本原理：因为光线沿直线传播，所以当驾驶员坐在驾驶位置上时，由于视角的限制以及车体的遮挡必然会有很大区域的物体反射的光线无法传播到驾驶员的眼中．受到车辆本身结构的影响，车头、车尾、车底等区域会形成视野盲区.

测量数据　数学小组为探究汽车车头盲区问题，测得某车辆的基本数据如下．（A 点为驾驶员眼睛所在位置，B 点为车头最高处，点 A，B，P 在同一直线上，$AC\perp EM$，$BD\perp EM$，$PE\perp EM$.）

测量项目	车宽	车高	视线高度 AC	点 B 到地面距离 BD	BD 与 PE 之间的距离 ED	BD 与 AC 之间的距离 CD
数据/m	1.7	1.5	1.4	0.8	0.4	1.5



问题解决　任务 1：平路的车头盲区问题

如图 1，车头盲区和车尾盲区可近似看作矩形，请根据测量数据估算图 2 中车头盲区的面积.

任务 2：上坡路的车头盲区问题

如图 3，当该车行驶到坡顶 E 处时，驾驶员从 A 点观察车头 B 点，刚好看到汽车正前方地面 H 处的猫，点 A，B，P，H 在同一直线上，$MN\parallel EH$，坡角 $\angle EMN=6.58°$．（参考数据：

sin15.2°≈0.26，cos15.2°≈0.97，tan15.2°≈0.27，sin21.8°≈0.37，cos21.8°≈0.93，tan21.8°≈0.40）

（1）求∠AHE 的度数；（结果精确到 0.1 度）

（2）在车的正前方，与点 H 相距 4 米的点 F 处有一个身高为 0.9 米的孩子，请问司机能看见孩子吗？为什么？

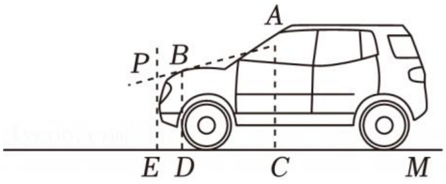


图2

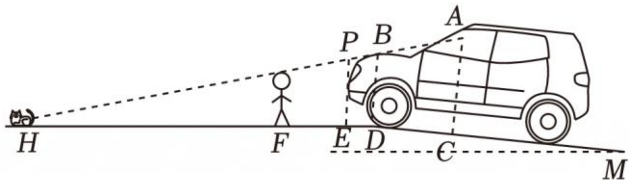


图3

【分析】【任务一】根据题意，结合图形，利用△BDK∽△ACK，得到$\frac{BD}{AC}=\frac{DK}{CK}$，即可得到结果；

【任务二】（1）根据题意，易知 DK＝2 米，在 Rt△BDK 中利用锐角三角函数，得到∠BKD＝21.8°，即可得到结果；

（2）根据题意，结合图形，在 Rt△FGH 中，求出 FG，即可得到结果．

【解答】解：【任务 1】如图 2，延长 AP 交直线 CD 于点 K，

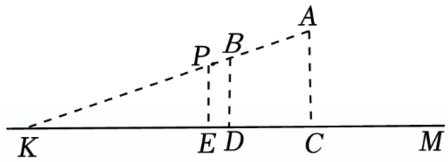


图2

∵根据题意，得 BD∥AC，

∴△BDK∽△ACK，

∴$\frac{BD}{AC}=\frac{DK}{CK}$，

∴$\frac{0.8}{1.4}=\frac{0.4+EK}{1.5+0.4+EK}$，

解得 EK＝1.6，

∵车宽 1.7m，

∴车头盲区的面积约为 1.6×1.7＝2.72m^2，

答：车头盲区的面积约为 2.72m^2；

【任务 2】（1）如图 3，延长 ME 交 AH 于点 K，

∵DE＝0.4 米，由（1）知 EK＝1.6 米，

∴DK＝DE+EK＝2（米），

∵在 Rt△BDK 中，∠BDK＝90°，tan∠BKD＝$\frac{BD}{DK}$，

∴tan∠BKD＝$\frac{0.8}{2}$＝0.4，

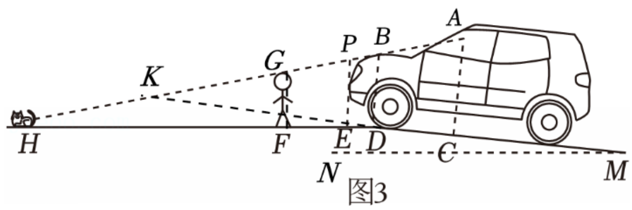


图3

∴∠BKD＝21.8°，

∵MN∥HE，∠EMN＝6.58°，

∴∠HEK＝∠EMN＝6.58°，

∴∠AHE＝∠BKD﹣∠HEK＝21.8°﹣6.58°＝15.22°≈15.2°；

（2）司机不能看见孩子，理由如下：

如图 3，过 F 作 FG⊥HE 交 AH 于点 G，

∵在 Rt△FGH 中，∠GFH＝90°，∠GHF＝15.2°，HF＝4 米，

∴FG＝HF•tan∠GHF＝4×tan15.2°≈1.08（米），

∵1.08 米＞0.9 米，

∴孩子在司机视线盲区，司机不能看见孩子．

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，熟练掌握解直角三角形是解题的关键．

五、解答题（三）：本大题共 2 小题，第 22 题 13 分，第 23 题 14 分，共 27 分。

22.（13 分）若四边形是圆内接四边形，且它的一条对角线将其分割成一个等腰三角形和一个直角三角形，则称该四边形为“等直共圆四边形”．

（1）以下哪些图形一定是“等直共圆四边形”：__①__（填序号）；

①正方形；②矩形；③含 60°角的菱形；④含 60°角的等腰梯形．

（2）如图 1，四边形 $ABCD$ 是“等直共圆四边形”，AB⊥AC，DA＝DC．若 E 是 BD 上中点，∠BDC＝2∠BAE，DF＝2，求 AB 的长；

（3）如图 2，BC 是⊙O 的直径，点 A 在⊙O 上，请用无刻度的直尺和圆规在⊙O 上求作一点 D，使得以 A，B，C，D 为顶点的四边形是“等直共圆四边形”．当 AB＝8，AC＝6 时，求 AD 的长．

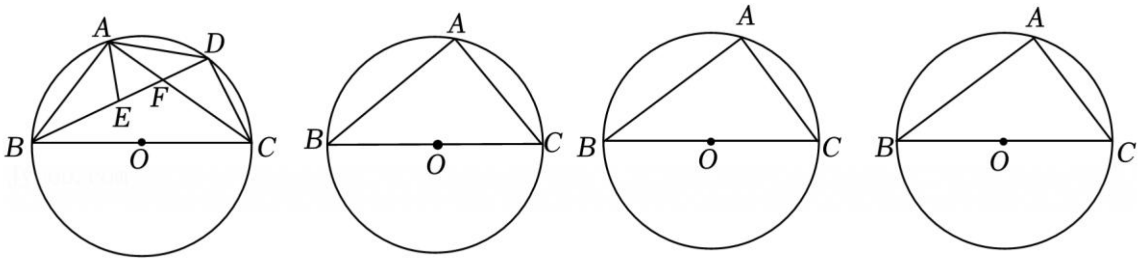


图1　　图2　　备用图

【分析】（1）利用正方形，矩形，菱形，等腰梯形，圆的内接四边形的判定与性质和“等直共圆四边形”的定义逐一判断即可得出结论；

（2）利用“等直共圆四边形”的定义，圆的内接四边形的性质，等腰三角形的判定与性质得到 $AD=DC=DE$，设 $EF=x$，则 $DE=AD=CD=EF+DF=x+2$，$BD=2DE=2x+4$，利用相似三角形的判定与性质求得 x 值，再利用相似三角形的判定与性质和勾股定理解答即可得出结论；

（3）利用分类讨论的思想方法分三种情况讨论解答：依据“等直共圆四边形”的定义和圆的有关性质作出弧的中点即可得到点 D 的位置．利用圆的有关性质，等腰直角三角形的性质，直角三角形的性质和勾股定理解答就看得出 AB 的长度．

【解答】解：（1）∵正方形是圆的内接四边形，一条对角线将正方形分成两个等腰直角三角形，

∴正方形满足是圆内接四边形，且它的一条对角线将其分割成一个等腰三角形和一个直角三角形，

∴正方形一定是“等直共圆四边形”．

∵矩形是圆的内接四边形，但它的一条对角线将矩形分成两个直角三角形，只有它的长与宽相等时，才能满足是圆内接四边形，且它的一条对角线将其分割成一个等腰三角形和一个直角三角形，

∴矩形不一定是“等直共圆四边形”．

∵含 60°角的菱形不是圆的内接四边形，

∴含 60°角的菱形一定不是“等直共圆四边形”．

∵含 60°角的等腰梯形是圆的内接四边形，但只有上底与腰相等的含 60°角的等腰梯形是“等直共圆四边形”，

∴含 60°角的等腰梯形不一定是“等直共圆四边形”．

综上，一定是“等直共圆四边形”是正方形．

故答案为：①；

（2）∵$AB\perp AC$，

∴$\angle BAC=90°$，

∴BC 为圆的直径，

∴$\angle BDC=90°$，

∵$\angle BDC=2\angle BAE$，

∴$\angle BAE=45°$，

∴$\angle BAE=\angle FAE=45°$，

∵$DA=DC$，

∴$\widehat{DA}=\widehat{DC}$，

∴$\angle DAC=\angle DCA=\angle ABD$，

∵$\angle DAE=\angle DAC+\angle FAE$，$\angle AED=\angle BAE+\angle ABE$，

∴$\angle DAE=\angle AED$，

∴$AD=DE$，

∴$AD=DC=DE$，

设$EF=x$，则$DE=AD=CD=EF+DF=x+2$，

∵E是BD上中点，

∴$BD=2DE=2x+4$，

∵$\angle DAC=\angle ABD$，$\angle ADF=\angle BDA$，

∴$\triangle ADF\backsim\triangle BDA$，

∴$\frac{AD}{DF}=\frac{BD}{AD}$,

∴$\frac{x+2}{2}=\frac{2x+4}{x+2}$,

∴$x=2$，

∴$EF=2$，$CD=4$，$BD=8$，

∴$BF=BD-DF=6$，

∵$\angle ABD=\angle DCF$，$\angle AFB=\angle DFC$，

∴$\triangle ABF\backsim\triangle DCF$，

∴$\frac{AB}{AF}=\frac{CD}{DF}=\frac{4}{2}=\frac{1}{2}$,

设$AB=m$，则$AF=\frac{1}{2}m$，

∵$AB^2+AF^2=BF^2$，

∴$m^2+(\frac{1}{2}m)^2=6^2$，

∵$m>0$，

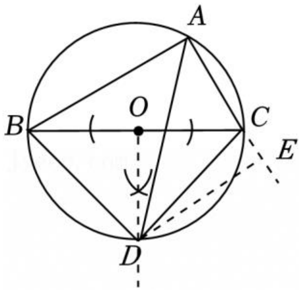
∴$m=\frac{12\sqrt{5}}{5}$.

∴$AB=\frac{12\sqrt{5}}{5}$.

（3）∵BC是⊙O的直径，

∴$\angle BAC=90°$，

当以BC为对角线时，作出半圆的中点D，即可使得以A，B，C，D为顶点的四边形是“等直共圆四边形”．如图，



则 $BD=CD$，

∵$AB=8$，$AC=6$，

∴$BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=10$，

∵BC 是⊙O 的直径，

∴$\angle BDC=90°$，

∴$BD=CD=\frac{\sqrt{2}}{2}BC=5\sqrt{2}$，$\angle DBC=\angle DCB=45°$，

∴$\angle DAC=\angle DBC=45°$，

过点 D 作 $DE\perp AC$，交 AC 的延长线于点 E，

则△ADE 为等腰直角三角形，

∴$DE=AE$，设 $CE=x$，则 $AE=DE=x+6$，

∵$CE^2+DE^2=DC^2$，

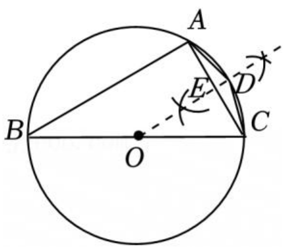
∴$x^2+(x+6)^2=(5\sqrt{2})^2$，

∴$x=1$ 或 $x=-7$（不合题意，舍去），

∴$AE=DE=7$，

∴$AD=\sqrt{2}DE=7\sqrt{2}$；

当以 AC 为对角线时，作出$\widehat{AC}$的中点 D（作弦 AC 的垂直平分线即可），即可使得以 A，B，C，D 为顶点的四边形是“等直共圆四边形”．如图，



连接 OD，交 AC 于点 E，则 $OE\perp AC$，$AE=CE=\frac{1}{2}AC=3$．

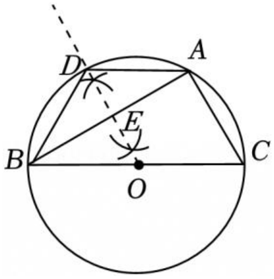
∵$OC=\frac{1}{2}BC=5$，

∴$OE=\sqrt{OC^2-CD^2}=\sqrt{5^2-3^2}=4$，

∴$DE=OD-OE=1$，

∴$AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{3^2+1^2}=\sqrt{10}$.

当以 AB 为对角线时，作出$\widehat{AB}$的中点 D（作弦 AB 的垂直平分线即可），即可使得以 A，B，C，D 为顶点的四边形是“等直共圆四边形”．如图，



连接 OD，交 AC 于点 E，则 $OE\perp AC$，$AE=EE=\frac{1}{2}AB=4$.

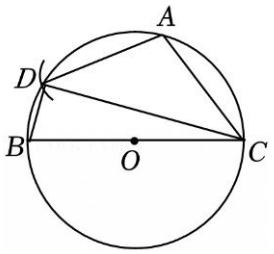
∵$OB=\frac{1}{2}BC=5$，

∴$OE=\sqrt{OB^2-BE^2}=3$，

∴$DE=OD-OE=2$，

∴$AD=\sqrt{AE^2+DE^2}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

当以 CD 为对角线时，以点 A 为圆心，AC 为半径画弧交$\widehat{AB}$于点 D,，即可使得以 A，B，C，D 为顶点的四边形是“等直共圆四边形”．如图，



此时 $AD=AC=6$.

综上，AD 的长为 $7\sqrt{2}$或$\sqrt{10}$或 $2\sqrt{5}$或 6.

【点评】本题主要考查了圆的有关性质，圆周角定理，垂径定理，直角三角形的性质，勾股定理，等腰三角形的性质，等腰直角三角形的性质，正方形的性质，矩形的性质，菱形的性质，等腰梯形的性质，圆的内接四边形的性质，相似三角形的判定与性质，本题是新定义型，准确理解新定义的规定并熟练运用是解题的关键.

23.（14 分）在平面直角坐标系 xOy 中，

（1）如图 1，点 A（2，0）绕点 B（0，4）顺时针旋转 90° 得到点 A'，则点 A' 的坐标为<u>（－4，2）</u>；

（2）如图 2，点 A（2，0），B（0，4）在直线 l 上，若直线 l 绕点 B 顺时针旋转 60° 得到直线 l'，直线 l' 与 x 轴交于点 C，求点 C 的坐标；

（3）如图 3，直线 l 分别与函数$y=\frac{4}{x}$，$y=\frac{9}{x}$的图象交于点 D，E，将直线 l 绕点 E 逆时针旋转 45°，与函数$y=\frac{9}{x}$的图象交于点 F，连接 DF，若 $DF∥x$ 轴，求$\frac{EF}{OE}$的值．

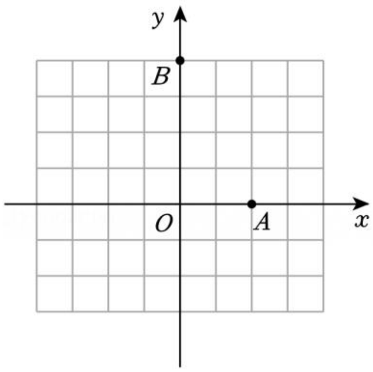


图1

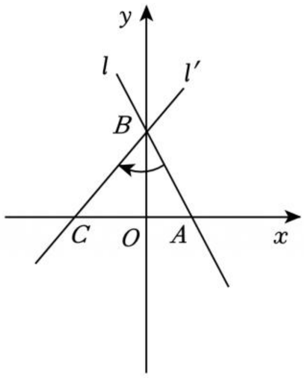


图2

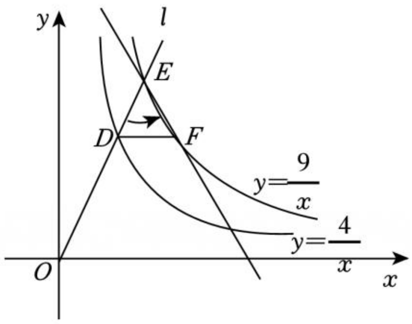


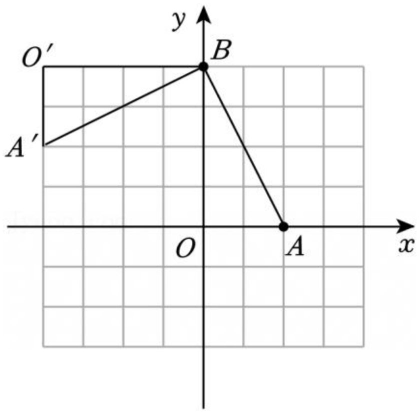
图3

【分析】（1）由旋转的性质，证明△AOB≌△$A'O'B$（AAS），得到 $O'A'$＝OA＝2，$O'B$＝OB＝4，即可得解；

（2）过点 C 作 $CD⊥AB$ 于点 D．利用直角三角形，得出$tan∠DCA=tan∠ABO=\frac{1}{2}$，$AB=2\sqrt{5}$，设 AD＝a，在 Rt△BCD 中，利用特殊角的正切值求解即可；

（3）过点 E 作 $EG⊥x$ 轴于点 G，交 DF 于点 A，作 $EC⊥y$ 轴于点 C，过 O 作 $OH⊥OE$ 交 EF 的延长线于点 H，过点 H 作 $HM⊥x$ 轴于点 M，延长 FD 交 y 轴于点 B，连接 OF．根据反比例函数 k 的几何意义，得$S_{△BDO}=\frac{4}{2}=2$，$S_{△CEO}=S_{△BFO}=\frac{9}{2}$，则$\frac{BF}{BD}=\frac{9}{4}$，由相似三角形的性质，得出$\frac{DF}{ON}=\frac{DE}{OE}=\frac{1}{3}$，设 BD＝4m，用含 m 的式子表示出线段的长度，再证明三角形全等以及相似，求出$m=\frac{\sqrt{3}}{6}$，结合勾股定理得出$EF=\frac{\sqrt{15}}{2}$，$OE=\sqrt{30}$，即可得解．

【解答】解：（1）如图，



∵A（2，0），B（0，4），

∴OA＝2，OB＝4，

由旋转的性质可知，AB＝$A'B$，$\angle ABA'$＝90°，

∴$\angle A'BO+\angle ABO$＝90°，

∵$\angle A'BO+\angle A'BO'$＝90°，

∴$\angle ABO$＝$\angle A'BO'$，

又∵$\angle AOB$＝$\angle A'O'B$＝90°，

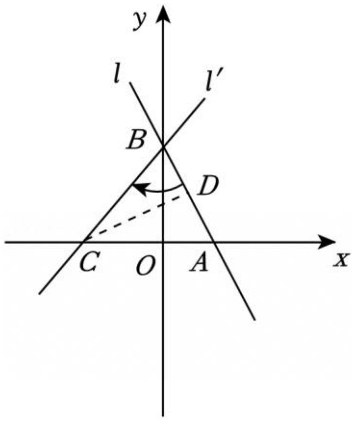
∴$\triangle AOB\cong\triangle A'O'B$（$AAS$），

∴$O'A'$＝OA＝2，$O'B$＝OB＝4，

∴点A'的坐标为（﹣4，4﹣2），即（﹣4，2），

故答案为：（﹣4，2）；

（2）如图，过点C作$CD\perp AB$于点D.



∴$\angle CDA$＝$\angle AOB$＝90°，

∴$\angle DAC+\angle DCA$＝$\angle DAC+\angle ABO$＝90°.

∴$\angle DCA$＝$\angle ABO$.

∵A（2，0），B（0，4），

∴$OA=2$，$OB=4$.

∴$tan\angle DCA=\frac{AD}{CD}=tan\angle ABO=\frac{OA}{OB}=\frac{1}{2}$，$AB=\sqrt{OA^2+OB^2}=2\sqrt{5}$.

设 $AD=a$，则 $CD=2a$，$AC=\sqrt{5}a$，$BD=2\sqrt{5}-a$，

在 Rt△BCD 中，$\angle CBD=60°$，

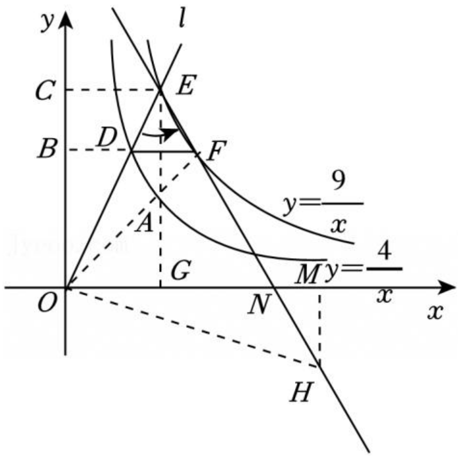
∴$tan\angle CBD=\frac{CD}{BD}=\sqrt{3}$，即$\frac{2a}{2\sqrt{5}-a}=\sqrt{3}$，

解得$a=4\sqrt{15}-6\sqrt{5}$.

∴$OC=AC-OA=\sqrt{5}a-2=20\sqrt{3}-32$，

∴$C(32-20\sqrt{3}，0)$；

（3）如图，过点 E 作 $EG\perp x$ 轴于点 G，交 DF 于点 A，作 $EC\perp y$ 轴于点 C，过 O 作 $OH\perp OE$ 交 EF 的延长线于点 H，过点 H 作 $HM\perp x$ 轴于点 M，延长 FD 交 y 轴于点 B，连接 OF.



根据反比例函数 k 的几何意义，得$S_{\triangle BDO}=\frac{4}{2}=2$，$S_{\triangle CEO}=S_{\triangle BFO}=\frac{9}{2}$.

∵$S_{\triangle BDO}=\frac{1}{2}BD\cdot OB$，$S_{\triangle BFO}=\frac{1}{2}BF\cdot OB$，

∴$\frac{S_{\triangle BFO}}{S_{\triangle BDO}}=\frac{BF}{BD}=\frac{9}{4}$.

∵$BD\parallel CE$，

∴$\triangle BDO\backsim\triangle CEO$，

∴$\frac{OD}{OE}=\frac{BD}{CE}=\frac{2}{3}$，

∴$\frac{DE}{OE}=\frac{1}{3}$，

∵$DF\parallel ON$，

∴$\triangle EDF\backsim\triangle EON$，

∴$\frac{DF}{ON}=\frac{DE}{OE}=\frac{1}{3}$，

设 $BD=4m$，则 $CE=OG=6m$，$DA=2m$，$BF=9m$，$AF=3m$.

∴$DF=5m$，$ON=15m$，$GN=9m$，

∴$E(6m，\frac{3}{2m})$，$F(9m，\frac{1}{m})$，

∴$EG=OC=\frac{3}{2m}$，$AG=OB=\frac{1}{m}$，

∴$AE=BC=OC-OB=\frac{1}{2m}$，

∵$\angle DEF=45°$，$OH\perp OE$，

∴$\triangle OEH$ 是等腰直角三角形，$OE=OH$，$\angle EOG+\angle MOH=90°$，

∵$HM\perp x$ 轴，

∴$\angle MOH+\angle OHM=90°$，$\angle OMH=\angle OGE=90°$，

∴$\angle EOG=\angle OHM$.

∴$\triangle EOG\cong\triangle OHM$（$AAS$）.

∴$EG=OM=OC=3$，$HM=OG=6m$.

∴$MN=OM-ON=\frac{3}{2m}-15m$，

∵$HM\parallel EG$，

∴$\triangle HMN\backsim\triangle EGN$.

∴$\frac{MN}{NG}=\frac{HM}{EG}$，即$\frac{\frac{3}{2m}-15m}{9m}=\frac{6m}{\frac{3}{2m}}$.

解得$m=\frac{\sqrt{3}}{6}$，

∴$AE=\frac{1}{2m}=\sqrt{3}$，$AF=\frac{\sqrt{3}}{2}$，$OG=\sqrt{3}$，$EG=3\sqrt{3}$，

∴$EF=\sqrt{AF^2+AE^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$，$OE=\sqrt{OG^2+EG^2}=\sqrt{30}$.

∴$\frac{EF}{OE}=\frac{\sqrt{2}}{4}$.