七年级下数学期末模拟试题汇编解析

一．选择题（共 10 小题）

1．已知关于 x 的不等式组$\begin{cases}2x+a\geq 0\\3x-3<9\end{cases}$至少有 2 个整数解，则 2﹣$a$ 的取值范围是（　　）

A．﹣6≤2﹣a＜6　　B．2﹣a≤6　　C．2﹣a≤﹣6　　D．2﹣a＜﹣6

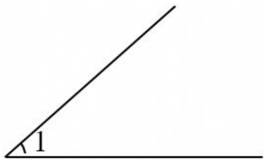
【分析】先解不等式组，确定 x 的范围，再根据至少有 2 个整数解的条件求出 a 的取值范围，最后转化为 2﹣a 的范围即可．

【解答】解：化简得：$x\geq -\frac{a}{2}$，x＜4，∴$-\frac{a}{2}\leq x$＜4，

∵至少有 2 个整数解，∴$-\frac{a}{2}\leq 2$，∴﹣a≤4，∴2﹣a≤4+2＝6，故选：B．

【点评】本题考查了解不等式组，根据解集求参数范围，正确计算是解题关键．

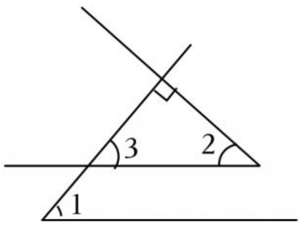
2．如图，已知∠1＝40°，如果∠2 的一边与∠1 的一边互相平行，且∠2 的另一边与∠1 的另一边互相垂直，那么∠2 的度数为（　　）



A．40°　　B．50°　　C．40°或 140°　　D．50°或 130°

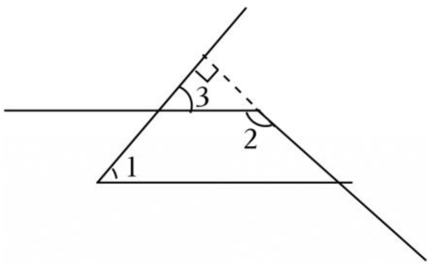
【分析】根据题意画出示意图，再结合平行线的性质即可解决问题．

【解答】解：如图所示，



根据两直线平行，同位角相等得，∠3＝∠1＝40°，

所以∠2＝90°﹣∠3＝50°．



根据两直线平行，同位角相等得，∠3＝∠1＝40°，

所以∠2＝90°+∠3＝130°，

综上所述，∠2 的度数为 50°或 130°.

故选：*D*.

【点评】本题主要考查了平行线的性质及垂线，熟知平行线的性质是解题的关键.

3．已知整数 n 满足：$n<\sqrt{2024}<n+1$，参考如表数据，判断 n 的值为（　　）

m	43	44	45	46
m^2	1849	1936	2025	2116

A．43　　　B．44　　　C．45　　　D．46

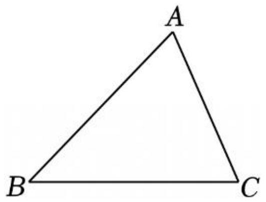
【分析】先根据表格中的数据估算$\sqrt{2024}$的大小，从而求出 n 即可.

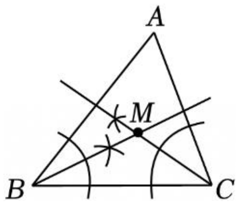
【解答】解：$\because\sqrt{1936}<\sqrt{2024}<\sqrt{2025}$，即$44<\sqrt{2024}<45$，整数 n 满足：$n<\sqrt{2024}<n+1$，

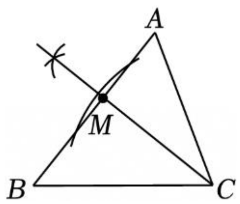
$\therefore n=44$，故选：*B*.

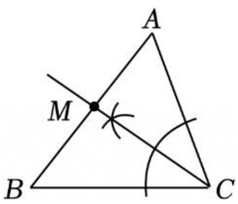
【点评】本题主要考查了无理数的估算，解题关键是熟练掌握如何估算无理数的大小.

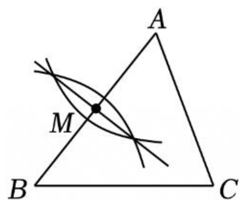
4．如图，某小区有一块三角形绿地 *ABC*，现需要再绿地上建一个凉亭 *M*，使它到 *AB*，*BC*，*AC* 三边的距离相等，下列方案能满足项目要求的是（　　）



A． 

B． 

C． 

D． 

【分析】角的平分线上的点到角的两边的距离相等，由此即可判断.

【解答】解：∵角平分线上的点到角两边的距离相等，凉亭 *M* 到 *AB*，*BC*，*AC* 三边的距离相等，

∴*M* 是△*ABC* 的角平分线的交点，

A、由尺规作图知 *M* 是∠*ABC* 和∠*ACB* 的平分线的交点，故 *A* 符合题意；

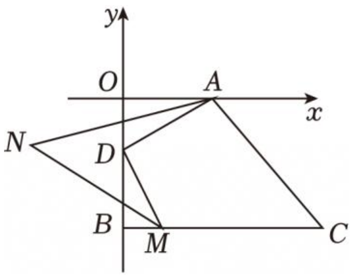
B、由尺规作图知 *CM*⊥*AB* 于 *M*，故 *B* 不符合题意；

C、由尺规作图知 CM 平分$\angle ACB$ 交 AB 于 M，M 到 BC 和 AC 的距离相等，故 C 不符合题意；

D、由尺规作图知 AB 的垂直平分线交 AB 于 M，故 D 不符合题意．故选：A．

【点评】本题考查角平分线的性质，关键是掌握角的平分线上的点到角的两边的距离相等．

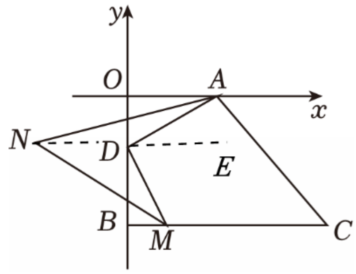
5．如图在平面直角坐标系中，点 D 在线段 OB 上运动，$CB\parallel x$ 轴，作 $DM\perp AD$ 交 BC 于点 M，交 OA 于点 A，$\angle BMD$ 的平分线 MN 与$\angle DAO$ 的平分线 AN 相交于点 N．则在点 D 在运动过程中，$\angle N=$（　　）



A．90°　　　　B．60°　　　　C．45°　　　　D．30°

【分析】作 $DE\parallel OA$，$NF\parallel OA$，则 $DE\parallel OA\parallel BC\parallel NF$，根据平行线的性质可得$\angle DAO+\angle BMD=\angle ADM=90°$，$\angle OAN+\angle BMN=\angle ANM$，结合角平分线的定义，可得$\angle ANM=\frac{1}{2}\angle DAO+\frac{1}{2}\angle BMD=\frac{1}{2}\angle ADM=45°$．

【解答】解：如图，作 $DE\parallel OA$，$NF\parallel OA$，则 $DE\parallel OA\parallel BC\parallel NF$，



$\because DM\perp AD$，$\therefore\angle ADM=90°$，

$\because DE\parallel OA\parallel BC$，

$\therefore\angle ADE=\angle DAO$，$\angle BMD=\angle MDE$，

$\therefore\angle DAO+\angle BMD=\angle ADE+\angle MDE=\angle ADM=90°$，

同理可证$\angle OAN+\angle BMN=\angle ANM$，

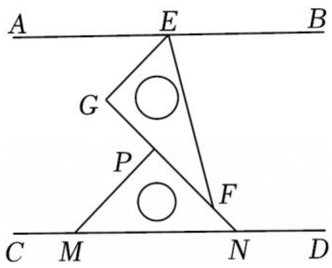
由题意可得：$\angle OAN=\frac{1}{2}\angle DAO$，$\angle BMN=\frac{1}{2}\angle BMD$，

$\therefore\angle ANM=\frac{1}{2}\angle DAO+\frac{1}{2}\angle BMD=\frac{1}{2}\angle ADM=45°$，

即在点 D 在运动过程中，$\angle N=45°$．故选：C．

【点评】本题考查平行线的判定与性质，正确记忆相关知识点是解题关键．

6．如图，$AB\parallel CD$，将一副直角三角板作如下摆放，$\angle GEF=60°$，$\angle MNP=45°$．下列结论：①$GE\parallel MP$；②$\angle EFN=150°$；③$\angle BEF=75°$；④$\angle AEG+\angle PMN=\angle GPM$．其中正确的个数是（　　）



A．1　　　　B．2　　　　C．3　　　　D．4

【分析】①由题意可得$\angle G=\angle MPG=90^\circ$，利用内错角相等，两直线平行即可判定$GE\parallel MP$；

②由题意可得$\angle EFG=30^\circ$，利用邻补角即可求$\angle EFN=150^\circ$；

③过点F作$FH\parallel AB$，可得$FH\parallel CD$，从而得$\angle HFN=\angle MNP=45^\circ$，可求得$\angle EFH=105^\circ$，再利用平行线的性质即可求得$\angle BEF=75^\circ$；

④利用角的计算可求得$\angle AEG=\angle PMN=45^\circ$，$\angle GPM=90$，即可得出答案．

【解答】解：①由题意，$\because\angle G=\angle MPG=90^\circ$，

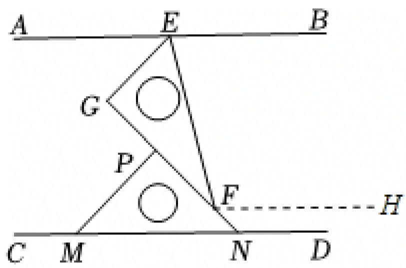
$\therefore\angle G=\angle MPG=90^\circ$，

$\therefore GE\parallel MP$，故①正确；

②由题意得$\angle EFG=30^\circ$，

$\therefore EFN=180^\circ-\angle EFG=150^\circ$，故②正确；

③过点F作$FH\parallel AB$，如图，



$\because AB\parallel CD$，

$\therefore\angle BEF+\angle EFH=180^\circ$，$FH\parallel CD$，

$\therefore\angle HFN=\angle MNP=45^\circ$，

$\therefore\angle EFH=\angle EFN-\angle HFN=105^\circ$，

$\therefore\angle BEF=180^\circ-\angle EFH=75^\circ$，故③正确；

④$\because\angle GEF=60^\circ$，$\angle BEF=75^\circ$，

$\therefore\angle AEG=180^\circ-\angle GEF-\angle BEF=45^\circ$，

$\because\angle PMN=45^\circ$，

$\therefore\angle AEG+\angle MNP=90^\circ$，

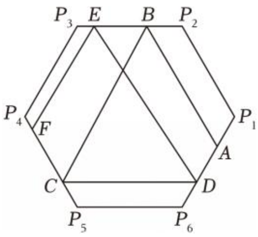
$\because\angle GPN=180^\circ-\angle MPN=180^\circ-90^\circ=90^\circ$，

$\therefore\angle AEG+\angle MNP=\angle GPM$，故④正确．

综上所述，正确的有 4 个．故选：D．

【点评】本题主要考查平行线判定与性质，解答的关键是熟记平行线的判定条件与性质并灵活运用．

7．如图，在正六边形中，$\angle P_1=\angle P_2=\angle P_3=\angle P_4=\angle P_5=\angle P_6=120°$，$P_1P_2\parallel P_4P_5$，$P_2P_3\parallel P_5P_6$，$P_3P_4\parallel P_6P_7$，点 A 在正六边形的边 P_1P_6 上，一束光从点 A 发出，经过多次反射（$A-B-C-D-E-F$）后到达点 F，已知由光的反射原理（反射角等于入射角）可得：$\angle ABP_2=\angle CBP_3$；根据此原理，若$\angle P_1AB=58°$，则$\angle EFP_4$＝（　　）



A．58°　　　　B．59°　　　　C．60°　　　　D．62°

【分析】由已知正六边形的内角$\angle P_1=\angle P_2=\angle P_3=\angle P_4=\angle P_5=\angle P_6=120°$，分别在四边形 ABP_2P_1、CBP_3P_4、CDP_5P_6、EFP_4P_3 中，由已知$\angle\angle P_1AB=58°$，分别运用四边形的内角和定理求出未知角即可．

【解答】解：在四边形 ABP_2P_1 中，$\angle P_1AB+\angle ABP_2+\angle BP_2P_1+\angle P_1=(4-2)\times180°=360°$，

$\because\angle P_1AB=58°$，$\angle P_1=\angle P_2=120°$，

$\therefore\angle ABP_2=360°-\angle P_1-\angle P_2-\angle P_1AB=62°$，

由光的反射原理得：$\angle ABP_2=\angle CBP_3=62°$，$\angle BCP_4=\angle DCP_5$，$\angle CDP_6=\angle ADE$，$\angle DEB=\angle P_3EF$，

在四边形 CBP_3P_4 中，$\angle BCP_4+\angle P_4+\angle P_3+\angle CBP3=(4-2)\times180°=360°$，

$\because\angle CBP_3=62°$，$\angle P_3=\angle P_4=120°$，

$\therefore\angle BCP_4=360°-\angle P_3-\angle P_4-\angle CBP_3=58°$，

$\therefore\angle BCP_4=\angle DCP_5=58°$，

在四边形 CDP_5P_6 中，$\angle DCP_5+\angle P_5+\angle P_6+\angle CDP_6=(4-2)\times180°=360°$，

$\because\angle DCP_5=58°$，$\angle P_5=\angle P_6=120°$，

$\therefore\angle CDP_6=360°-\angle P_5-\angle P_6-\angle DCP_5=62°$，

$\therefore\angle CDP_6=\angle ADE=62°$，

同理可得：$\angle DEB=\angle P_3EF=58°$，

$\therefore\angle EFP_4=360°-\angle P_3-\angle P_4-\angle P_3EF=62°$，故选：$D$．

【点评】本题主要考查了四边形的内角和定理以及正多边形的性质，关键是根据光线的反射原理得出对应相等的角．

8．甲、乙两名同学各提一个水桶在同一个水龙头前打水．如果甲打满一桶水需要 4（$1+a^2$）分钟，乙打满一桶水需（$2a^2+1$）分钟，要使两人都打满一桶水所用时间和（包括等待时间）最少，应如何安排？（　　）

A．安排甲先打水

B．安排乙先打水

C．甲、乙的打水顺序不影响总时间

D．无法确定

【分析】根据两个整式的比较，先让用时最少的先打水即可．

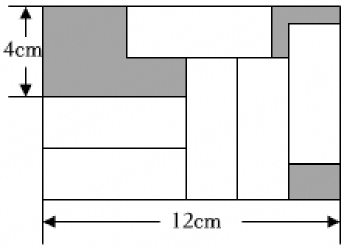
【解答】解：甲的打水时间：4（$1+a^2$）＝（$4+4a^2$）分钟，

乙的打水时间：（$2a^2+1$）分钟，

$\because a^2\geq0$，$\therefore 4+4a^2>2a^2+1$，∴安排乙先打水，故选：B．

【点评】本题考查了整式的混合运算和实数大小比较，解题的关键掌握一个数的平方是非负数．

9．如图所示的大长方形中放置了6个形状、大小都相同的小长方形，则图中阴影部分的面积为（　　）



A．$96cm^2$　　B．$72cm^2$　　C．$48cm^2$　　D．$24cm^2$

【分析】设这6个小长方的长和宽分别为xcm，ycm，根据图形可得方程组$\begin{cases}x+3y=12\\x+y-2y=4\end{cases}$，解方程组求出这6个小长方的长和宽分别为$6cm$，$2cm$，阴影部分面积等于大长方形面积减去这6个小长方的面积，据此列式计算即可．

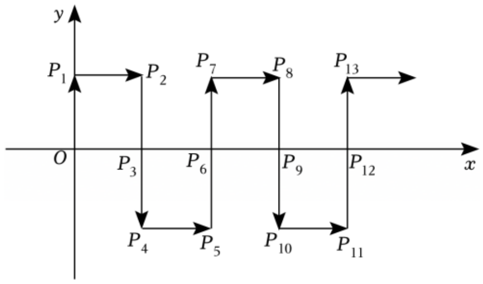
【解答】解：设这6个小长方的长和宽分别为xcm，ycm，

$\therefore\begin{cases}x+3y=12\\x+y-2y=4\end{cases}$，$\therefore\begin{cases}x=6\\y=2\end{cases}$，

$\therefore S_{阴影}=(4+2\times2)\times12-6\times6\times2=24cm^2$，故选：$D$．

【点评】本题主要考查了二元一次方程组的实际应用，正确进行计算是解题关键．

10．如图，在平面直角坐标系中，一动点从原点O出发，沿着箭头所示的方向移动，并且每次移动1个单位长度，依次得到点P_1（0，1），P_2（1，1），P_3（1，0），P_4（1，－1），P_5（2，－1），P_6（2，0），…，则点P_{17}的坐标为（　　）



A．（5，0）　　B．（5，－1）　　C．（6，0）　　D．（6，－1）

【分析】通过点的坐标 P_3（1，0），P_6（2，0），P_9（3，0），P_{12}（4，0）…可以得到，P_{3n}（n，0），即可得到 P_{18}（6，0），再往下移动一个点即为 P_{17}（6，－1）．

【解答】解：P_3（1，0），

P_6（2，0），

P_9（3，0），

P_{12}（4，0）

…，

发现规律 P_{3n}（n，0），

∴P_{18}（6，0），

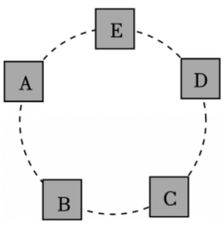
∴往下移动一个点即为 P_{17}（6，－1）．故选：D．

【点评】本题考查平面直角坐标下点的规律探究．根据点的坐标抽象概括出相关规律是解题的关键．

二．填空题（共 6 小题）

11．在数学游艺会上，张华负责一个游戏项目，她准备了 50 张同样的卡片，上面分别写有 1，2，3，..，49，50，游戏规则是：先将卡片顺序打乱，参与者从中随机抽取五张，并将它们正面向下放置在桌上（如图），这五张卡片分别记为 A，B，C，D，E，张华依次将相邻两张卡片上的数的和告诉参与者，请参与者猜出其中哪张卡片上的数字最大．下表是李明抽取的五张卡片中相邻两张卡片上的数的和，则这五张卡片上数字最大的是 <u>B</u> （填 A，B，C，D，E）

卡片编号	A，B	B，C	C，D	D，E	E，A
两数的和	50	62	55	67	44



【分析】由题意得到关于①②③④⑤的方程，然后作差利用不等式的性质，最后根据题意得结论．

【解答】解：由题意得到关于①②③④⑤的方程，然后作差利用不等式的性质可得：

设 A，B，C，D，E 卡片上对应的数分别为 a，b，c，d，e，

则 $a+b=50$①，$b+c=62$②，$c+d=55$③，$d+e=67$④，$e+a=44$⑤，

②﹣①，得 $c-a=12>0$，所以 $c>a$，

②﹣③，得 $b-d=7>0$，所以 $b>d$，

④﹣③，得 $e-c=12$，所以 $e>c$，

④﹣⑤，得 $d-a=23>0$，所以 $d>a$，

①﹣⑤，得 $b-e=6$，所以 $b>e$，

所以 $b>e>c>a$，且 $b>d$，所以 B 卡片上的数最大，故答案为：B．

【点评】本题考查了等式的性质和不等式的应用，熟练掌握等式的性质和不等式的应用是解答本题的关键．．

12．在平面直角坐标系中，有一系列的点 P_1，P_2，P_3，P_4，…，P_n…其中每一个点的横坐标是它前一个点的纵坐标的相反数与 1 的和，纵坐标是它前一个点的横坐标与 2 的和，即若点 P_n（x，y），则 P_{n+1}（﹣$y+1$，$x+2$），若点 P_1 的坐标为（2，0），则点 P_{2025} 的坐标为 __（2，0）__ ．

【分析】根据题意，计算出各点的坐标，从中得出坐标 4 个为一个循环，由此得出结果．

【解答】解：∵点 P_1 的坐标为（2，0），

∴点 P_2 的坐标为（1，4），

点 P_3 的坐标为（﹣3，3），

点 P_4 的坐标为（﹣2，﹣1），

点 P_5 的坐标为（2，0），

……，

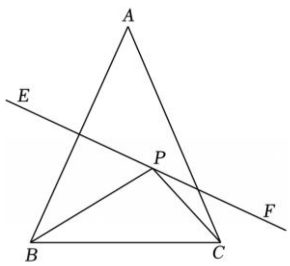
∴上述坐标 4 个为一个循环，

∵$2025\div4=506$ 余 1，

∴点 P_{2025} 的坐标为（2，0），故答案为：（2，0）．

【点评】本题考查的是点的坐标变化规律，熟练找出其中的规律是解题的关键．

13．如图，在△ABC 中，$AB=AC$，EF 垂直平分线段 AB，$BC=7$，P 是线段 EF 上一点，若△PBC 的周长最小值是 17，则 $AB=$__10__ ．



【分析】设 EF 与 AC 的交点为 D，连接 BD，根据垂直平分线的性质得到 $AD=BD$，于是得到结论．

【解答】解：设 EF 与 AC 的交点为 D，连接 BD，

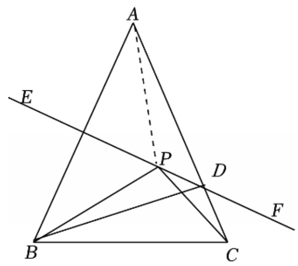
∵直线 EF 垂直平分线段 AB，

∴$AD=BD$，$AP=BP$，

∴$\triangle PBC$ 周长为：$BP+CP+BC=AP+CP+BC\geq AC+BC=AB+BC=17$，

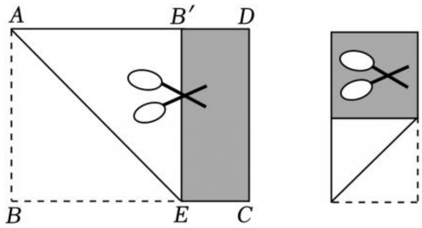
∵$BC=7$，

∴$AB=10$，故答案为：10．



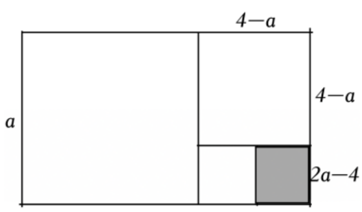
【点评】本题考查了轴对称－最短路径问题，等腰三角形的性质、线段垂直平分线的性质，熟练掌握等腰三角形的三线合一是解题关键．

14．将一张长方形纸片 $ABCD$ 如图方式折叠并压平，点 B 恰好与 AD 上与 B' 点重合，沿 $B'E$ 剪去一个边长等于长方形宽的正方形 $ABEB'$，得到一个长方形 $B'DCE$，这种“折→剪”的过程称为一次操作．现在有一张长为 4，宽为 a（$2<a<4$）的长方形纸片，经过此种三次操作后，得到的图形恰为正方形，则 a 的值为<u> 2.4 </u>．



【分析】表示出第一次操作后剩下的长方形的边长分别为 a，$4-a$，第二次操作剪去一个边长为 $4-a$ 的正方形，剩下的长方形的边长分别为 $4-a$，$a-(4-a)=2a-4$，根据经过此种三次操作后，得到的图形恰为正方形，可得 $4-a=2(2a-4)$，解得 $a=2.4$．

【解答】解：如图：



根据题意，第一次操作剪去一个边长为 a 的正方形，剩下的长方形的边长分别为 a，$4-a$，

∵$2<a<4$，

∴第二次操作剪去一个边长为 $4-a$ 的正方形，剩下的长方形的边长分别为 $4-a$，$a-(4-a)=2a-4$，

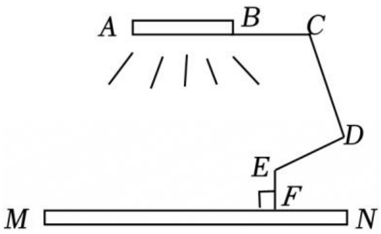
∵经过此种三次操作后，得到的图形恰为正方形，

∴边长为 $4-a$，$2a-4$ 的长方形，长是宽的 2 倍，即 $4-a=2(2a-4)$，

解得 $a=2.4$．故答案为：2.4．

【点评】本题考查矩形中的翻折问题，涉及正方形性质，一元一次方程的应用，解题的关键是读懂题意，表示出剩下长方形的长和宽．

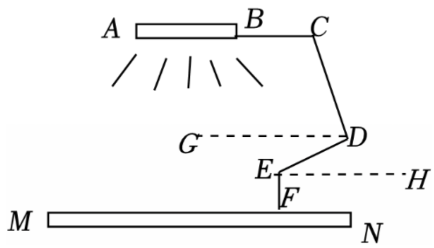
15．小明研究两条平行线间的拐点问题在生活中的应用，书桌上有一款长臂折叠 *LED* 护眼灯，其示意图如图所示，EF 与桌面 MN 垂直．当发光的灯管 AB 恰好与桌面 MN 平行时，若$\angle DEF=126°$，$\angle BCD=104°$，则$\angle CDE$ 的度数为__112°__．



【分析】依据由题，过点 D 作 $DG\parallel AB$，过点 E 作 $EH\parallel AB$，根据平行线的性质求解即可；

【解答】解：∵$EF\perp MN$，∴$\angle MFE=90°$，

如图，过点 D 作 $DG\parallel AB$，过点 E 作 $EH\parallel AB$，



∵$AB\parallel MN$，∴$AB\parallel DG\parallel EH\parallel MN$，

∴$\angle ACD+\angle CDG=180°$，$\angle GDE=\angle DEH$，$\angle HEF=\angle MFE=90°$，

∵$\angle DEF=126°$，$\angle BCD=104°$，

∴$\angle GDE=\angle DEH=\angle DEF-90°=36°$，$\angle CDG=180°-104°=76°$，

∴$\angle CDE=\angle CDG+\angle GDE=112°$，故答案为：112°．

【点评】本题主要考查了平行线的性质，熟记平行线的性质定理是解题的关键．

16．关于 x，y 的方程组$\begin{cases}3x+y=k+1\\x+3y=3\end{cases}$，用含 k 的式子表示 $x-y=$__$\frac{k-2}{2}$__，若 $2<k<4$，令 $t=x-y$，则 t 的取值范围是__$0<t<1$__．

【分析】先通过方程组中两个方程相减得出 $x-y$ 关于 k 的表达式，再结合 k 的取值范围来确定 $t=x-y$ 的取值范围．

【解答】解：$\begin{cases}3x+y=k+1①\\x+3y=3②\end{cases}$，

①﹣②得：（$3x+y$）﹣（$x+3y$）=（$k+1$）﹣3，

去括号得：$3x+y-x-3y=k+1-3$，

合并同类项得：$2x-2y=k-2$，

两边同时除以 2，得到 $x-y=\frac{k-2}{2}$，

$\because t=x-y$，$\therefore t=\frac{k-2}{2}$，

$\because 2<k<4$，$\therefore t$ 的取值范围是 $0<t<1$．故答案为：$\frac{k-2}{2}$，$0<t<1$．

【点评】本题考查二元一次方程组的变形以及不等式的性质．解题关键在于通过方程组中方程相减得到 $x-y$（即 t）关于 k 的表达式，再利用 k 的取值范围，结合不等式性质求出 t 的取值范围．

三．解答题（共 17 小题）

17．我们在解二元一次方程组$\begin{cases}3(2x+y)-2(x-2y)=26\\2(2x+y)+3(x-2y)=13\end{cases}$时，若假设$\begin{cases}2x+y=m\\x-2y=n\end{cases}$，则原方程组可化为$\begin{cases}3m-2n=26\\2m+3n=13\end{cases}$，解之得$\begin{cases}m=8\\n=-1\end{cases}$，即$\begin{cases}2x+y=8\\x-2y=-1\end{cases}$，解之得$\begin{cases}x=3\\y=2\end{cases}$，在上面的解题过程中，我们把某个式子看成一个整体，并且用一个字母去替代它，像这种解方程组的方法叫作换元法．

（1）已知关于 x、y 的二元一次方程组$\begin{cases}ax+by=6\\bx+ay=3\end{cases}$的解为$\begin{cases}x=-2\\y=4\end{cases}$，求关于 m、n 的二元一次方程组$\begin{cases}a(m+n)+b(m-n)=6\\b(m+n)+a(m-n)=3\end{cases}$的解；

（2）请用上面的换元法解方程组$\begin{cases}\frac{x+y}{2}-\frac{x-y}{3}=4\\2(x+y)+x-y=16\end{cases}$．

【分析】（1）设$\begin{cases}m+n=x\\m-n=y\end{cases}$，得到$\begin{cases}m+n=-2\\m-n=4\end{cases}$，然后解方程组即可；

（2）设$\begin{cases}x+y=m\\x-y=n\end{cases}$，得到$\begin{cases}3m-2n=24\\2m+n=16\end{cases}$，然后解方程组即可．

【解答】解：（1）设$\begin{cases}m+n=x\\m-n=y\end{cases}$，

则原方程组可化为$\begin{cases}ax+by=6\\bx+ay=3\end{cases}$$\therefore\begin{cases}m+n=-2\\m-n=4\end{cases}$，解之得$\begin{cases}m=1\\n=-3\end{cases}$；

（2）设$\begin{cases}x+y=m\\x-y=n\end{cases}$，

则原方程组可化为$\begin{cases}\frac{m}{2}-\frac{n}{3}=4\\2m+n=16\end{cases}$，化简整理得$\begin{cases}3m-2n=24\\2m+n=16\end{cases}$，解之得$\begin{cases}m=8\\n=0\end{cases}$，

$\therefore\begin{cases}x+y=8\\x-y=0\end{cases}$，解之得$\begin{cases}x=4\\y=4\end{cases}$．

【点评】本题考查了用换元法解二元一次方程组的知识，紧密结合题目给出的示例，合理换元是解答本题的关键．

18．【阅读材料】

已知：实数 p，q 满足 $p+q=3$，且$\begin{cases}7p+6q=13k+7\\6p+7q=6\end{cases}$，求 k 的值．

对于上述问题，三位同学分别提出了以下三种不同的解题思路：

甲同学：先解关于 p，q 的方程组$\begin{cases}7p+6q=13k+7\\6p+7q=6\end{cases}$，再求 k 的值．

乙同学：将原方程组中的两个方程相加，再求 k 的值．

丙同学：先解方程组$\begin{cases}p+q=3\\6p+7q=6\end{cases}$，再求 k 的值．

【解决问题】

（1）请你选择＿乙（答案不唯一）＿（用“甲”“乙”或“丙”填空）同学思路，写出解答过程．

（2）试说明在关于 x、y 的方程组$\begin{cases}x+2y=6-a\\x-y=2a\end{cases}$中，不论 a 取什么实数，$x+y$ 的值始终不变．

【分析】（1）选择乙同学的思路，将原方程相加后得到关于 k 的方程，解方程即可；

（2）将第一个方程两边同乘 2 再与第二个方程相加并计算即可．

【解答】解：（1）我选择乙同学的思路，

将原方程组中的两个方程相加得 $13p+13q=13k+13$，整理得：$p+q=k+1$，

$\because p+q=3$，$\therefore k+1=3$，

解得：$k=2$，故答案为：乙（答案不唯一）；

（2）$\begin{cases}x+2y=6-a①\\x-y=2a②\end{cases}$，

①×2+②得：$3x+3y=12$，整理得：$x+y=4$，

即不论 a 取什么实数，$x+y$ 的值始终不变．

【点评】本题考查解二元一次方程组，熟练掌握解方程组的方法是解题的关键．

19．阅读材料：大家知道$\sqrt{2}$是无理数，而无理数是无限不循环小数，因此$\sqrt{2}$的小数部分我们不可能全部写出来，但是由于$1<\sqrt{2}<2$，所以$\sqrt{2}$的整数部分为 1，将$\sqrt{2}$减去其整数部分 1，差就是小数部分为$(\sqrt{2}-1)$．解答下列问题：

（1）$\sqrt{13}$的整数部分是＿3＿，小数部分是＿$\sqrt{13}-3$＿．

（2）设$\sqrt{6}$的小数部分为a，$\sqrt{41}$的整数部分为 b，求$a+b-\sqrt{6}$的值；

（3）已知 m 是正整数，$\sqrt{m}$是一个无理数，且$\sqrt{m}-5$表示$\sqrt{m}$的小数部分．

①m 的取值范围是＿$26\le m\le 35$，且 m 是整数＿．

②当 m 是 6 的倍数时，且$m+n-21=\sqrt{6}$，求出$|n|$的值．

【分析】（1）由 $3<\sqrt{13}<4$，可得$\sqrt{13}$的整数部分是 3，小数部分是$\sqrt{13}-3$，

（2）由$\sqrt{6}$的小数部分为a，$\sqrt{41}$的整数部分为 b，可得 $a=\sqrt{6}-2$，$b=6$，再代入所求式子计算即可；

（3）①根据 m 是正整数，$\sqrt{m}$是一个无理数，且$\sqrt{m}-5$表示$\sqrt{m}$的小数部分，可得 $26\le m\le 35$，且 m 是整数；

②由 $26\le m\le 35$，m 是 6 的倍数，知 $m=30$，即可解得 $n=\sqrt{6}-9$，从而得到$|n|$的值为 $9-\sqrt{6}$.

【解答】解：（1）$\because 3<\sqrt{13}<4$，

$\therefore\sqrt{13}$的整数部分是 3，小数部分是$\sqrt{13}-3$，

故答案为：3，$\sqrt{13}-3$；

（2）$\because\sqrt{6}$的小数部分为a，$\sqrt{41}$的整数部分为 b，$\therefore a=\sqrt{6}-2$，$b=6$，

$\therefore a+b-\sqrt{6}=\sqrt{6}-2+6-\sqrt{6}=4$；$\therefore a+b-\sqrt{6}$的值为 4；

（3）①$\because m$ 是正整数，$\sqrt{m}$是一个无理数，且$\sqrt{m}-5$表示$\sqrt{m}$的小数部分，

$\therefore 26\le m\le 35$，且 m 是整数；

故答案为：$26\le m\le 35$，且 m 是整数；

②$\because 26\le m\le 35$，且 m 是 6 的倍数，

$\therefore m=30$，$\therefore 30+n-21=\sqrt{6}$，解得 $n=\sqrt{6}-9$，

$\therefore|n|=|\sqrt{6}-9|=9-\sqrt{6}$，$\therefore|n|$的值为 $9-\sqrt{6}$.

【点评】本题考查二次根式的化简求值，估算无理数的大小，解题的关键是掌握估算无理数大小的方法.

20．通过对完全平方公式：$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$ 的学习，我们可以将完全平方公式经过适当的变形，来解决很多数学问题.

例如：已知 $a+b=6$，$ab=2$，求 a^2+b^2 的值.

解：$\because (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，

$\therefore a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$，

$\because a+b=6$，$ab=2$，

$\therefore a^2+b^2=36-4=32$.

【方法理解】（1）已知 $a-b=3$，$a^2+b^2=7$，求 ab 的值；

【方法迁移】（2）已知（$2025+c$）（$2024+c$）$=9$，求$(2025+c)^2+(2024+c)^2$的值.

【深入理解】（3）若$(mx+n)^2=ax^2+bx+c$（$a\neq 0$）时，猜想 a，b，c 的数量关系，并说明理由.

【分析】（1）利用例题的思路进行计算，即可解答；

（2）设 $2025+c=a$，$2024+c=b$，则 $a-b=1$，$ab=9$，然后利用完全平方公式进行计算即可解答；

（3）利用完全平方公式进行计算即可解答.

【解答】解：（1）∵（$a-b$）$^2=a^2-2ab+b^2$，

∴$2ab=a^2+b^2-(a-b)^2$

∵$a-b=3$，$a^2+b^2=7$，∴$2ab=7-9=-2$，∴$ab=-1$；

（2）设 $2025+c=a$，$2024+c=b$，∴$a-b=1$，

∵（$2025+c$）（$2024+c$）$=9$，∴$ab=9$，

∴（$2025+c$）$^2+$（$2024+c$）$^2=a^2+b^2=(a-b)^2+2ab=1+2\times9=1+18=19$；

（3）$b^2=4ac$，

理由：∵（$mx+n$）$^2=ax^2+bx+c$，（$mx+n$）$^2=m^2x^2+2mnx+n^2$，

∴$ax^2+bx+c=m^2x^2+2mnx+n^2$，∴$a=m^2$，$b=2mn$，$c=n^2$，∴$b^2=4ac$．

【点评】本题考查了整式的混合运算 - 化简求值，完全平方公式，准确熟练地进行计算是解题的关键．

21．在党的二十大报告中，强调了教育、科技、人才是全面建设社会主义现代化国家的基础性、战略性支撑．某校为提升教学质量，计划购买 A、B 两种型号的教学设备．已知购买 2 台 A 型设备和 1 台 B 型设备共需 2 万元；购买 4 台 A 型设备和 3 台 B 型设备共需 5 万元．

（1）求 A 型、B 型设备每台各是多少万元；

（2）根据该校的实际情况，需购买 A、B 两种型号的教学设备共 10 台，要求购买的总费用不超过 8 万元，并且 B 型设备的数量不少于 A 型设备数量的$\frac{2}{3}$，那么该校共有几种购买方案？

【分析】（1）设 A 型设备 x 万元/台，B 型设备 y 万元/台，根据题意列出二元一次方程组，解方程组，即可求解；

（2）设 A 型设备购买 a 台，则购买 B 型设备（$10-a$）台，根据题意列出不等式组，求得整数解，即可求解．

【解答】解：（1）设 A 型设备 x 万元/台，B 型设备 y 万元/台，

依题意得：$\begin{cases}2x+y=2\\4x+3y=5\end{cases}$，解得$\begin{cases}x=0.5\\y=1\end{cases}$，

所以 A 型设备每台 0.5 万元，B 型设备每台 1 万元，

答：A 型设备每台 0.5 万元，B 型设备每台 1 万元；

（2）设 A 型设备购买 a 台，则购买 B 型设备（$10-a$）台，

依题意得：$\begin{cases}0.5a+(10-a)\le 8\\10-a\ge\frac{2}{3}a\end{cases}$，解得：$4\le a\le 6$，

又因为 a 为正整数，所以 a 的取值为 4，5，6，

所以一共有 3 种购买方案．

答：一共有 3 种购买方案．

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用以及一元一次不等式的应用，关键是根据题意找到关系式．

22．问题情境：如图 1，$AB\parallel CD$，点 E 在直线 AB 上，点 F 在直线 CD 上，点 P 在直线 AB，CD 之间，连接 PE，PF．勤奋小组的同学们对该图形进行了研究．

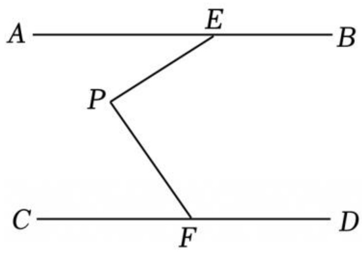


图1

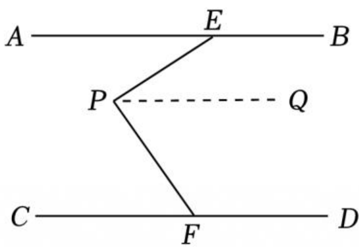


图2

（1）观察猜想：小明猜想$\angle AEP+\angle CFP=\angle EPF$，他过点 P 作 $PQ\parallel AB$，如图 2，请帮他完成证明过程．

（2）深入探究：小华在帮助小明完善解题过程时，发现用同样的辅助线还可以得到$\angle BEP$，$\angle EPF$，$\angle PFD$ 之间的关系，请写出这三个角度间满足的关系并完成证明．

（3）问题解决：图 3 是天文爱好者小夏在观察北斗七星时所拍摄的画面，绘制北斗七星的位置图时将北斗七星摇光、开阳、玉衡、天权、天玑、天璇、天枢分别标为 A，B，C，D，E，F，G，并连接 AB，BC，CD，DE，EF，FG．绘制过程中发现摇光、开阳所在的直线 AB 与天玑、天璇所在的直线 EF 几乎平行（如图 4）（因为距离地球很远，所以近似看作 $AB\parallel EF$）．结合上面的探究过程，若$\angle HBC=36°$，$\angle BCD=168°$，$\angle DEF=103°$，则$\angle CDE=$ 127° ．

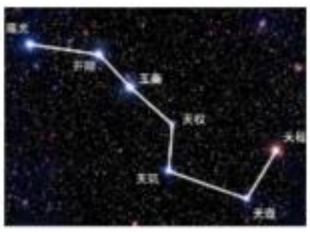


图3

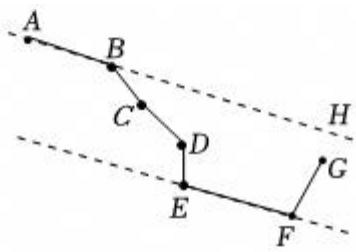


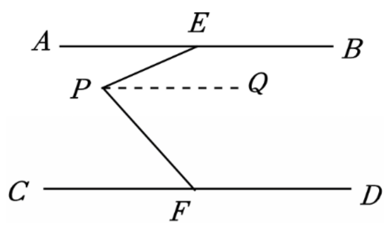
图4

【分析】（1）如图 2：过点 P 作 $PQ\parallel AB$，易得 $AC\parallel PQ$，$PQ\parallel CD$，根据平行线的性质$\angle AEP=\angle EPQ$，$\angle CFP=\angle FPQ$，最后根据线段的和差以及等量代换即可证明结论；

（2）如图 2：过点 P 作 $PQ\parallel AB$，易得 $AC\parallel PQ$，$PQ\parallel CD$，根据平行线的性质$\angle BEP+\angle EPQ=180°$，$\angle DFP+\angle FPQ=180°$，再根据线段的和差以及等量代换即可证明结论；

（3）如图 4：过点 C 作 $CM\parallel AH$，则$\angle BCM=180°-\angle HBC=144°$，进而得到$\angle BCM=\angle BCD-\angle BCM=24°$，再由（1）的结论解答即可．

【解答】（1）证明：过点 P 作 $PQ\parallel AB$，

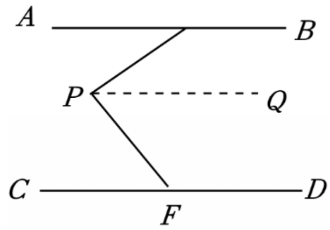


$\because AB\parallel CD$，$AC\parallel PQ$，$PQ\parallel CD$，

$\therefore \angle AEP=\angle EPQ$，$\angle CFP=\angle FPQ$，

$\therefore \angle EPF=\angle EPQ+\angle FPQ=\angle AEP+\angle CFP$．

（2）证明：过点 P 作 $PQ\parallel AB$，



$\because AB\parallel CD$，

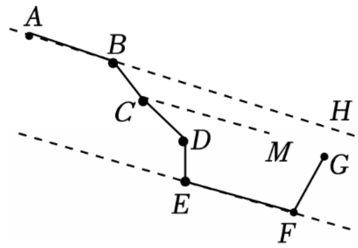
$\therefore AB\parallel PQ$，$PQ\parallel CD$，

$\therefore \angle BEP+\angle EPQ=180°$，$\angle DFP+\angle FPQ=180°$，

$\therefore \angle EPF=\angle EPQ+\angle FPQ=\angle AEP+\angle CFP$．

$\therefore \angle BEP+\angle EPF+\angle PFD=$（$\angle BEP+\angle EPQ$）+（$\angle FPQ+\angle PFD$）$=360°$．

（3）解：过点 C 作 $CM\parallel AH$，



$\therefore \angle BCM=180°-\angle HBC=144°$，

$\therefore \angle DCM=\angle BCD-\angle BCM=168°-144°=24°$，

由题意可得：$CM\parallel EF$，

$\therefore \angle CDE=\angle DCM+\angle DEF=127°$，故答案为：$127°$．

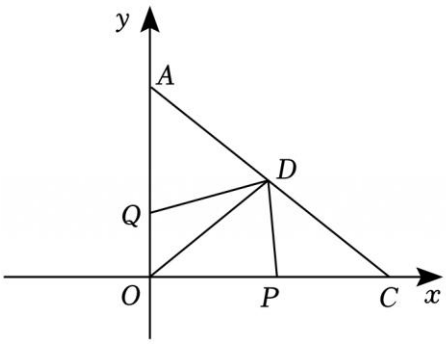
【点评】本题主要考查了平行线的性质与判定、三角形外角的性质等知识点，灵活运用相关性质成为解题的关键．

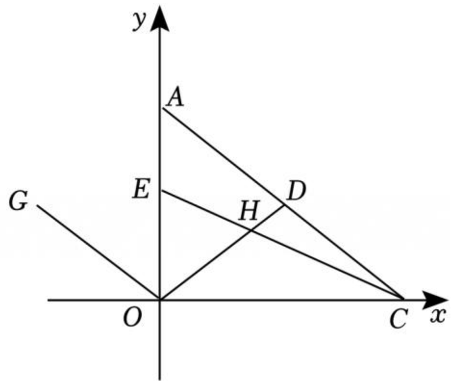
23．如图，以直角△AOC 的直角顶点 O 为原点，以 OC，OA 所在直线为 x 轴和 y 轴建立平面直角坐标系，点 A（0，a），C（b，0）满足 $\sqrt{a-b+2}+|b-8|=0$．

（1）点 A 的坐标为__（0，6）__；点 C 的坐标为__（8，0）__．

（2）已知坐标轴上有两动点 P，Q 同时出发，P 点从 C 点出发沿 x 轴负方向以每秒 2 个单位长度的速度匀速移动，Q 点从 O 点出发沿 y 轴正方向以每秒 1 个单位长度的速度匀速移动，点 P 到达 O 点整个运动随之结束．AC 的中点 D 的坐标是（4，3），设运动时间为 t 秒．问：是否存在这样的 t，使得△ODP 与△ODQ 的面积相等？若存在，请求出 t 的值；若不存在，请说明理由．

（3）在（2）的条件下，若 $\angle DOC=\angle DCO$，点 G 是第二象限中一点，并且 y 轴平分 $\angle GOD$．点 E 是线段 OA 上一动点，连接 CE 交 OD 于点 H，当点 E 在线段 OA 上运动的过程中，探究 $\angle GOA$，$\angle OHC$，$\angle ACE$ 之间的数量关系，并证明你的结论．





【分析】（1）利用非负性即可求出 a，b，即可得出结论；

（2）先表示出 OQ，OP，利用那个面积相等，建立方程求解即可得出结论；

（3）先判断出∠OAC=∠AOD，进而判断出 OG∥AC，即可判断出∠FHC=∠ACE，同理∠FHO=∠GOD，即可得出结论．

【解答】解：（1）根据题意列式得，

∵$\sqrt{a-b+2}+|b-8|=0$，∴列方程组得，$\begin{cases}a-b+2=0\\b-8=0\end{cases}$，解得$\begin{cases}a=6\\b=8\end{cases}$，

所以 A 点坐标为（0，6），C 点坐标为（8，0），

故答案为：（0，6），（8，0）；

（2）由（1）可知，A（0，6），B（8，0），∴OA=6，OB=8，

根据运动的情况可得，OQ=t，PC=$2t$，∴OP=8－$2t$，

∵D（4，3），∴$S_{\triangle ODQ}=\frac{1}{2}OQ\cdot|x_D|=\frac{1}{2}t\times 4=2t$，$S_{\triangle ODP}=\frac{1}{2}OP\times|y_D|=\frac{1}{2}\times(8-2t)\times 3=12-3t$，

若△ODP 与△ODQ 的面积相等，∴$2t$=12－$3t$，

整理得，$5t$=12，解得 t=2.4，

∴存在 t=2.4 时，△ODP 与△ODQ 的面积相等．

（3）2∠GOA+∠ACE=∠OHC，理由如下：

∵以 OC，OA 所在直线为 x 轴和 y 轴建立平面直角坐标系，

∴∠AOC=90°=∠DOC+∠AOD，∴∠OAC+∠ACO=90°，

∵∠DOC=∠DCO，∴∠OAC=∠AOD，

∵OA 平分∠GOD，∴∠GOA=∠AOD，∴∠GOA=∠OAG，

∴OG∥AC（内错角相等，两直线平行），

如图所示，过点 H 作 HF∥OG 交 x 轴于点 F，

$\therefore HF \parallel AC$，

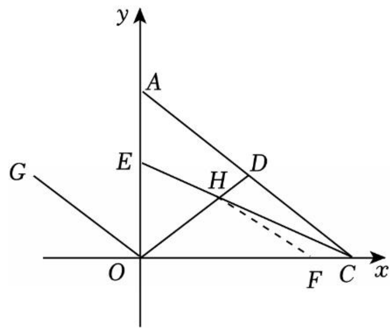
$\therefore \angle FHC = \angle ACE$，同理，$\angle FHO = \angle GOD$（两直线平行，内错角相等），

$\because OG \parallel FH$，

$\therefore \angle GOD = \angle FHO$（两直线平行，内错角相等），

$\therefore \angle GOD + \angle ACE = \angle FHO + \angle FHC$，即$\angle GOD + \angle ACE = \angle OHC$，

$\therefore 2\angle GOA + \angle ACE = \angle OHC$.



【点评】本题主要考查了一元一次方程的应用，角的计算，正确作出辅助线是解本题的关键.

24．引入概念 1：如果一个三角形的三个角分别等于另一个三角形的三个角，那么称这两个三角形互为“等角三角形”.

引入概念 2：从不等边三角形一个顶点引出一条射线与对边相交，顶点与交点之间的线段把这个三角形分割成两个小三角形. 若分成的两个小三角形中一个是满足有两个角相等的三角形，另一个与原来三角形是“等角三角形”，我们把这条线段叫做这个三角形的“等角分割线”.

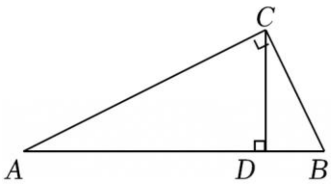


图1

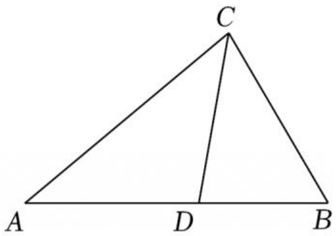


图2

【理解概念】:

（1）如图 1，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB = 90°$，$CD \perp AB$，请判断$\triangle ACD$ 与$\triangle CBD$<u>　是　</u>（填“是”或“否”）为“等角三角形”.

（2）如图 2，在$\triangle ABC$ 中，CD 为角平分线，$\angle A = 40°$，$\angle B = 60°$.

请你说明 CD 是$\triangle ABC$ 的等角分割线.

【应用概念】:

（3）在$\triangle ABC$ 中，若$\angle A = 40°$，CD 为$\triangle ABC$ 的等角分割线，请你直接写出所有可能的$\angle B$ 度数.

【分析】（1）先根据题意得出$\angle ADC = \angle CDB = 90°$，故$\angle B + \angle BCD = 90°$，再由$\angle BCD + \angle ACD = 90°$，得出$\angle B = \angle ACD$，进而可得出结论；

（2）根据三角形内角和定理计算$\angle ACB = 80°$，由角平分线的定义可知$\angle ACD = \angle BCD = 40°$，故可得出$\triangle ACD$ 是满足有两个角相等的三角形；进而得出$\triangle BCD$ 与$\triangle ABC$ 互为“等角三角形”，据此得出结论；

（3）由题意可知，分 4 种情况求解：①当$\triangle ACD$ 是等腰三角形，$AC = AD$ 时；②当$\triangle ACD$ 是等腰三角

形，$CD=AD$ 时；③当$\triangle BCD$ 是等腰三角形，$CD=BD$ 时；④当$\triangle BCD$ 是等腰三角形，$BC=BD$ 时，分别求出$\angle B$ 的度数即可．

【解答】解：（1）$\because CD\perp AB$，$\therefore\angle ADC=\angle CDB=90°$，$\therefore\angle B+\angle BCD=90°$，

$\because\angle ACB=90°$，$\therefore\angle BCD+\angle ACD=90°$，

$\therefore\angle B=\angle ACD$，$\therefore\triangle ACD$ 与$\triangle CBD$ 是“等角三角形”，故答案为：是；

（2）$\because\angle A=40°$，$\angle B=60°$，$\therefore\angle ACB=180°-\angle A-\angle B=80°$，

$\because CD$ 为角平分线，$\therefore\angle ACD=\angle BCD=40°$，

$\therefore\angle ACD=\angle A$，$\therefore CD=AD$，$\therefore\triangle ACD$ 是等腰三角形，

$\because\angle ADC=180°-\angle A-\angle ACD=180°-40°-40°=100°$，

$\therefore\angle BDC=180°-100°=80°$，$\therefore\angle BCD=\angle ACB$，$\angle B=\angle B$，

$\therefore\triangle ABC$ 与$\triangle CBD$ 是“等角三角形”，$\therefore CD$ 为$\triangle ABC$ 的等角分割线．

（3）$\angle B$ 的度数为 $30°$或 $60°$或（$\frac{140}{3}$）°或（$\frac{100}{3}$）°，理由如下：

根据题意可知，存在以下四种情况：

①当$\triangle ACD$ 是等腰三角形，$AC=AD$ 时，$\angle ADC=\angle ACD=70°$，$\angle BCD=\angle A=40°$，

$\therefore\angle B=180°-\angle A-\angle ACD-\angle BCD=30°$；

②当$\triangle ACD$ 是等腰三角形，$CD=AD$ 时，$\angle BCD=\angle A=\angle ACD=40°$，

$\therefore\angle B=180°-\angle A-\angle ACD-\angle BCD=60°$；

③当$\triangle BCD$ 是等腰三角形，$CD=BD$ 时，$\angle ACD=\angle B=\angle BCD$，

$\therefore\angle B=\frac{180°-\angle A}{3}=$（$\frac{140}{3}$）°；

④当$\triangle BCD$ 是等腰三角形，$BC=BD$ 时，$\angle ACD=\angle B$，$\angle BCD=\angle BDC=\angle A+\angle ACD=40°+\angle B$，

$\therefore$在$\triangle BCD$ 中，$40°+\angle B+40°+\angle B+\angle B=180°$，$\therefore\angle B=$（$\frac{100}{3}$）°，

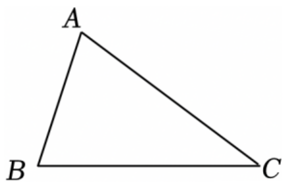
故：$\angle B$ 的度数为 $30°$或 $60°$或（$\frac{140}{3}$）°或（$\frac{100}{3}$）°．

【点评】本题考查的是三角形内角和定理，新定义，根据题意理解“等角三角形”的定义是解题的关键．

25．如图，已知$\triangle ABC$．

（1）尺规作图：作 BC 的垂直平分线 DM，垂足为 D，交 AC 于点 M（不写作法，保留作图痕迹）；

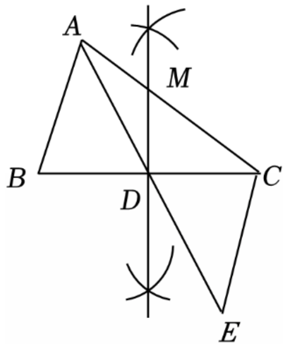
（2）在（1）的条件下，连接 AD 延长到点 E，使得 $ED=AD$，连接 EC，求证：$\angle E=\angle BAD$．



【分析】（1）根据要求作出图形即可；

（2）证明△ADB≌EDC（SAS）可得结论．

【解答】（1）解：图形如图所示：



（2）证明：由作图可知 $DB=DC$，$DA=DE$，

∵$\angle ADB=\angle EDC$，

∴△ADB≌EDC（SAS），

∴$\angle E=\angle BAD$．

【点评】本题考查作图－基本作图，线段垂直平分线的性质，全等三角形的判定和性质，解题的关键是掌握相关知识解决问题．

26．【问题背景】

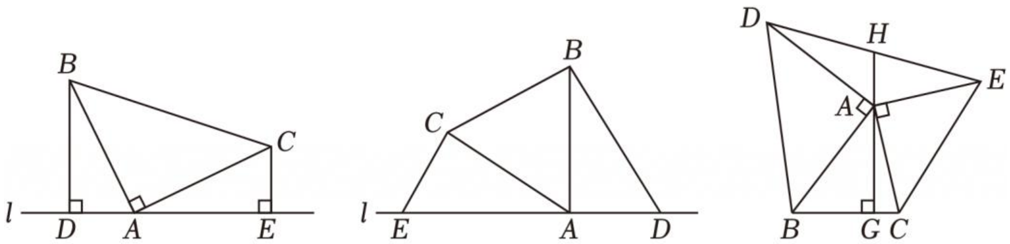
（1）如图 1，直线 l 经过点 A，$\angle BAC=90°$，$AB=AC$，过点 B，C 分别向直线 l 作垂线，垂足分别为 D，E，求证：$\triangle ABD\cong\triangle CAE$；

【变式探究】

（2）如图 2，点 A，D，E 在直线上，若$\angle CEA=\angle BAC=\angle ADB$，$AB=AC$，求证：$DE=BD+CE$；

【拓展应用】

（3）如图 3 所示，在 Rt△BAD 和 Rt△CAE 中，$\angle BAD=\angle CAE=90°$，$AB=AD$，$AC=AE$，连接 BC，DE，作 BC 边上的高 AG，延长 GA 交 DE 于点 H．若 $AH=5$，$AG=12$，求△DAE 的面积．



【分析】（1）根据垂直定义得$\angle BDA=\angle AEC=90°$，则$\angle DAB+\angle DBA=90°$，再根据$\angle BAC=90°$得$\angle DAB+\angle EAC=90°$，由此得$\angle DBA=\angle EAC$，进而可依据“$AAS$”判定△$ABD$ 和△CAE 全等；

（2）根据三角形外角性质得$\angle EAC+\angle BAC=\angle ADB+\angle DBA$，再根据$\angle ADB=\angle BAC$ 得$\angle EAC=\angle DBA$，进而可依据“AAS”判定△EAC 和△DBA 全等得 $CE=AD$，$AE=BD$，由此可证明 $DE=BD+CE$ 的结论；

（3）过点 D 作 $DM\perp AH$ 交 AH 的延长线于点 M，过点 E 作 $EN\perp AH$ 于点 N，则$\angle AGB=\angle M=90°$，进而得$\angle ABG+\angle BAG=90°$，再根据$\angle BAD=90°$得$\angle BAG+\angle DAM=90°$，由此得$\angle ABG=\angle DAM$，进而可依据"$AAS$"判定$\triangle ABG$ 和$\triangle DAM$ 全等，则 $DM=AG$，同理可证明$\triangle ADC$ 和$\triangle ENA$ 全等得 $EN=AG$，则 $DM=EN=AG$，然后再根据三角形的面积公式即可得 $S\triangle DAE$.

【解答】（1）证明：$\because BD\perp$直线 l，$CE\perp$直线 l，$\therefore\angle BDA=\angle AEC=90°$，$\therefore\angle DAB+\angle DBA=90°$，

$\because\angle BAC=90°$，$\therefore\angle DAB+\angle EAC=90°$，$\therefore\angle DBA=\angle EAC$，

在$\triangle ABD$ 和$\triangle CAE$ 中，$\begin{cases}\angle BDA=\angle AEC\\ \angle DBA=\angle EAC\\ AB=AC\end{cases}$，$\therefore\triangle ABD\cong\triangle CAE$（$AAS$）；

（2）证明：$\because\angle EAB$ 是$\triangle ABD$ 的外角，

$\therefore\angle EAB=\angle ADB+\angle DBA$，$\therefore\angle EAC+\angle BAC=\angle ADB+\angle DBA$，

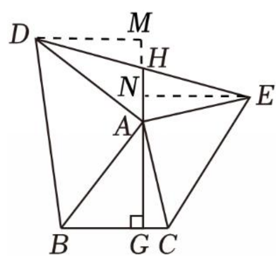
$\because\angle ADB=\angle BAC$，$\therefore\angle EAC=\angle DBA$，

在$\triangle EAC$ 和$\triangle DBA$ 中，$\begin{cases}\angle EAC=\angle DBA\\ \angle CEA=\angle ADB\\ AB=AC\end{cases}$

$\therefore\triangle EAC\cong\triangle DBA$（$AAS$），$\therefore CE=AD$，$AE=BD$，$\therefore DE=AE+AD=BD+CE$；

（3）过点 D 作 $DM\perp AH$ 交 AH 的延长线于点 M，过点 E 作 $EN\perp AH$ 于点 N，如图所示：$\because AG\perp BC$，

$\therefore\angle AGB=\angle M=90°$，$\therefore\angle ABG+\angle BAG=90°$，



$\because\angle BAD=90°$，$\therefore\angle BAG+\angle DAM=90°$，$\therefore\angle ABG=\angle DAM$，

在$\triangle ABG$ 和$\triangle DAM$ 中，$\begin{cases}\angle AGB=\angle M\\ \angle ABG=\angle DAM\\ AB=AD\end{cases}$，$\therefore\triangle ABG\cong\triangle DAM$（$AAS$），

$\therefore DM=AG$，同理可证明：$\triangle AGC\cong\triangle ENA$，$\therefore EN=AG$，$\therefore DM=EN=AG$，

$\because S\triangle DAE=S_{\triangle AHD}+S_{\triangle AHE}=\frac{1}{2}AH\cdot DM+\frac{1}{2}AH\cdot EN$，$=AH\times 2DM=AH\times AG=5\times 12=60$

$\therefore\triangle ADE$ 的面积等于 60.

【点评】此题主要考查了全等三角形的判定与性质，熟练掌握全等三角形的判定与性质是解决问题的关键，正确地添加辅助线构造全等三角形是解决问题的关键.

27．当光线经过镜面反射时，入射光线、反射光线与镜面所夹的角对应相等．例如：在图①、图③入射光线 FE 经过镜子 AB、BC 两次镜面反射，分别反射 EG、GH 两条反射光线，且$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$．设镜子 AB 与 BC 的夹角$\angle ABC=\alpha$.

【问题初探】

（1）图①是一种由两面镜子 AB、BC 组成的反光镜，当两面镜子 AB，BC 的夹角 $\alpha=$ <u>　90　</u> °时，EF

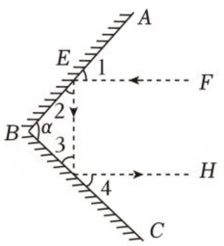
与 GH 平行，请说明理由；

【拓展应用】

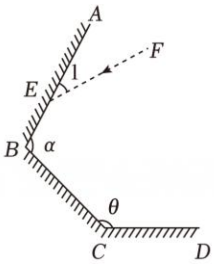
（2）图②是一种由三面镜子 AB、BC、CD 组成的反光镜，若 $90°<\alpha<180°$，设镜子 CD 与 BC 的夹角 $\angle BCD=\theta$，入射光线 FE 与镜子 AB 的夹角 $\angle 1=m$（$0°<m<90°$），已知入射光线 FE 从镜子 AB 开始反射，经过 3 次反射后，反射光线与入射光线 FE 平行，请直接写出 θ 与 m 的等量关系：$\underline{\ \theta=90°+m\ }$．

【深入探究】

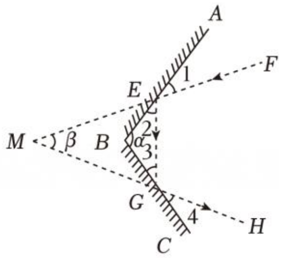
（3）如图③，若 $90°<\alpha<180°$，$\angle 1=25°$，入射光线 FE 与反射光线 GH 的夹角 $\angle FMH=\beta$，若三角形 MEG 为锐角三角形，请求出 α 的取值范围．



图①



图②



图③

【分析】（1）由平行线的性质可得$\angle FEG+\angle EGH=180°$，即得$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180°$，得到$\angle 2+\angle 3=90°$，进而即可求解；

（2）过点 G 作 $GM|EF$，可得 $GMMHK$，由平行线的性质得$\angle EGM=2m$，利用三角形内角和定理可得$\angle 4=\angle 3=180°-m-\alpha$，即得$\angle MGH=2\alpha-180°$，同理得$\angle GHK=180°-2m-2\alpha+2\theta$，进而由平行线的性质得到 $2\alpha-180°+180°-2m-2\alpha+2\theta=180°$，化简即可求解；

（3）由图可得$\angle MEG=2\angle 2$，$\angle MGE=2\angle 3$，即得 $\beta=2\alpha-180°$，再根据锐角三角形的定义列出不等式组解答即可求解．

【解答】解：（1）当 $\alpha=90°$时，EF 与 GH 平行，理由如下：

当 $EF\parallel GH$ 时，$\angle FEG+\angle EGH=180°$，

$\therefore\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=360°-180°=180°$，

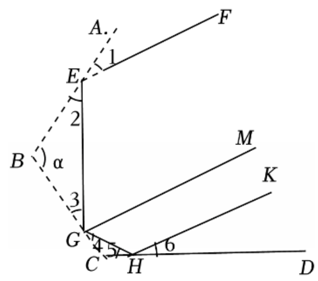
$\because\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，

$\because 2\angle 2+2\angle 3=180°$，$\therefore\angle 2+\angle 3=90°$，

$\therefore\alpha=180°-(\angle 2+\angle 3)=90°$，即两面镜子 AB，BC 的夹角 $\alpha=90°$时，EF 与 GH 平行，故答案为：90；

（2）如图，EG、GH、HK 为反射光线，过点 G 作 $GM\parallel EF$，

$\because EF\parallel HK$，



∴$GM\parallel HK$，

∵$\angle 1=\angle 2$，$\angle 1=m$，∴$\angle 2=m$，∴$\angle EFG=180°-2m$，

∵$GM\parallel EF$，∴$\angle EGM=180°-\angle EFG=2m$，

∵$\angle 4=\angle 3=180°-m-\alpha$，

∴$\angle MGH=180°-2(180°-m-\alpha)-2m=2\alpha-180°$，

∵$\angle BCD=\theta$，∴$\angle 6=\angle 5=180°-(180°-m-\alpha)-\theta=m+\alpha-\theta$，

∴$\angle GHK=180°-2(m+\alpha-\theta)=180°-2m-2\alpha+2\theta$，

∵$GM\parallel HK$，∴$\angle MGH+\angle GHK=180°$，即 $2\alpha-180°+180°-2m-2\alpha+2\theta=180°$，∴$\theta=90°+m$；

故答案为：$\theta=90°+m$；

（3）由图可得，$\angle MEB=\angle 1$，∵$\angle 1=\angle 2$，∴$\angle MEG=2\angle 2$，

同理可得，$\angle MGE=2\angle 3$，

∴$\beta=180°-(\angle MEG+\angle MGE)=180°-2(\angle 2+\angle 3)=180°-2(180°-\alpha)=2\alpha-180°$，三角形 MEG 为锐角三角形，∴$\begin{cases}2a-180°>0°\\2a-180°<90°\\2(180°-a-25°)>0°\\2(180°-a-25°)<90°\end{cases}$，解得 $110°<\alpha<135°$．

【点评】本题考查了平行线的判定和性质，三角形内角和定理，对顶角的性质等，正确作出辅助线是解题的关键．

28．【材料阅读】

二元一次方程 $x-y=1$ 有无数组解，如：$\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$，$\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=\frac{5}{2}\\y=\frac{3}{2}\end{cases}$，如果我们将方程的解看成一组有序数对，那么这些有序数对可以用平面直角坐标系中的点表示，探究发现：以方程 $x-y=1$ 的解为坐标的点落在同一条直线上，如图 1 所示，同时这条直线上的点的坐标全都是该方程的解．我们把这条直线称为该方程的图象．

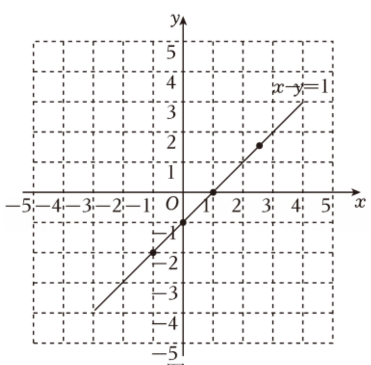


图1

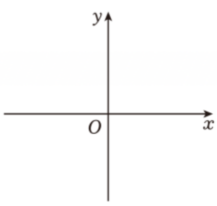
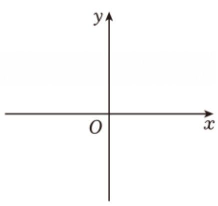


图2



备用图

【问题探究】

（1）已知 A（1，1）、B（﹣3，4）、$C(\frac{1}{2}，2)$，则点 <u>C</u> （填“A 或 B 或 C”）在方程 $2x$﹣y=﹣1 的图象上．

（2）请你在图 1 所给的平面直角坐标系中画出二元一次方程 $2x$﹣y=﹣1 的图象．观察图象，两条直线的交点坐标为 <u>（﹣2，﹣3）</u> ，由此你得出二元一次方程组$\begin{cases}x-y=1\\2x-y=-1\end{cases}$的解是 <u>$\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$</u> ；

【拓展延伸】

（3）设方程$\frac{1}{2}x+my=-2$的图象与 x，y 轴的交点分别是 A、B，方程 nx﹣y=3 的图象与 x，y 轴的交点分别是 C、D．

①求点 A 和点 D 的坐标

②已知关于 x，y 的二元一次方程组$\begin{cases}\frac{1}{2}x+my=-2\\nx-y=3\end{cases}$无解，点 B 在 y 轴正半轴上，且∠OAB=45°，请作出符合题意的图形，并求 m，n 的值．

【分析】（1）把对应点横纵坐标代入方程中，看方程的左右两边是否相等即可得到结论；

（2）利用描点法画出函数图象，再根据函数图象找到交点坐标，进而得到方程组的解即可；

（3）①在$\frac{1}{2}x+my=-2$中，当 y=0 时，x=﹣4，在 nx﹣y=3 中，当 x=0 时，y=﹣3，据此可得答案；

②根据题意可得直线$\frac{1}{2}x+my=-2$和直线 nx﹣y=3 没有交点，即在这两条直线互相平行，根据点 B 在 y 轴正半轴上，且∠OAB=45°，求出点 B 和点 C 的坐标，进而即可求出 m，n 的值．

【解答】解：（1）把$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$代入方程 $2x$﹣y=﹣1 中，方程左边=1×2﹣1=1，方程左右两边不相等，则$\begin{cases}x=1\\y=1\end{cases}$不是方程 $2x$﹣y=﹣1 的解；

把$\begin{cases}x=-3\\y=4\end{cases}$代入方程 $2x$﹣y=﹣1 中，方程左边=﹣3×2﹣4=﹣10，方程左右两边不相等，则$\begin{cases}x=-3\\y=4\end{cases}$不是方程 $2x$﹣y=﹣l 的解；

把$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=2\end{cases}$代入方程 $2x$﹣y=﹣1 中，方程左边=$\frac{1}{2}\times2-2=-1$，方程左右两边相等，则$\begin{cases}x=\frac{1}{2}\\y=2\end{cases}$是方程 $2x$﹣y=﹣l 的解；

∴只有点 C 在方程 $2x$﹣y=﹣1 的图象上，故答案为：C；

（2）如图所示，函数图象即为所求；有图象可知，两条直线的交点坐标为（﹣2，﹣3），

∴二元一次方程组$\begin{cases}x-y=1\\2x-y=-1\end{cases}$的解是$\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$；

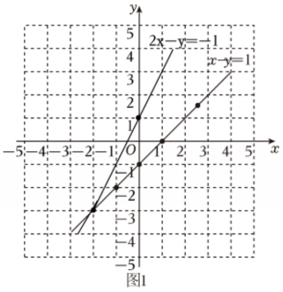


图1

故答案为：(﹣2，﹣3)，$\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$；

（3）①在﹣x+my=﹣2 中，当 y=0 时，x=﹣4，在 nx﹣y=3 中，当 x=0 时，y=﹣3，

∴A（﹣4，0），D（0，﹣3）；

②∵关于 x，y 的二元一次方程组$\begin{cases}\frac{1}{2}x+my=-2\\nx-y=3\end{cases}$无解，

∴直线$\frac{1}{2}x+my=-2$和直线 nx﹣y=3 没有交点，即在这两条直线互相平行，

∵点 B 在 y 轴正半轴上，且∠OAB=45°，A（﹣4，0），

∴∠OAB=∠OBA=45°，

∴OA=OB=4，即 B（0，4），将点 B 的坐标代入$\frac{1}{2}x+my=-2$得，$\frac{1}{2}\times0+4m=-2$，解得$m=-\frac{1}{2}$，

∵AB∥CD，∴∠OAB=∠OCD=45°，D（0，﹣3），

∴∠ODC=∠OCD=45°，

∴OC=OD=3，即 C（3，0），将点 C 的坐标代入 nx﹣y=3 得，3n﹣0=3，解得 n=1，如图所示即为所求：

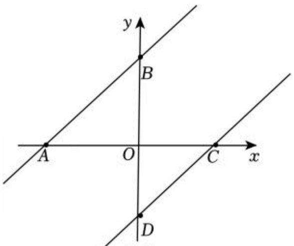


图2

【点评】本题考查了二元一次方程组和二元一次方程的解的定义，平面直角坐标与图形，平行线的性质，等腰三角形的判定，正确理解二元一次方程的解与坐标系中直线的关系是解题的关键．

29．已知直线 AB∥CD，在三角板 EFG 中，∠F=90°，∠EGF=30°．

（1）将三角板 EFG 按图 1 放置，点 E 和点 G 分别在直线 AB、CD 上，若∠DGF=25°，则∠AEF=<u>65</u>°，∠BEG=<u>55</u>°；

（2）将三角板 EFG 按图 2 放置，点 E 和点 G 分别在直线 AB、CD 上，GF 交 AB 于点 H，若$\angle DGF=\alpha$，$\angle BEF=\beta$．试求 α、β 之间的数量关系；

（3）在图 2 中，若$\angle AEF=20°$，$\angle AEG=40°$，将三角形 EFH 绕点 F 以每秒 $10°$的速度顺时针旋转一周，设运动时间为 t 秒．当三角形 EFH 的两条直角边分别与 GE 平行时，求出相应 t 的值（直接写出答案）．

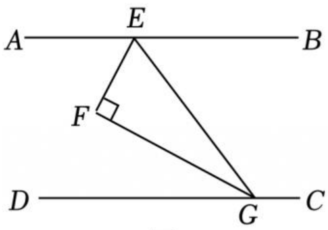


图1

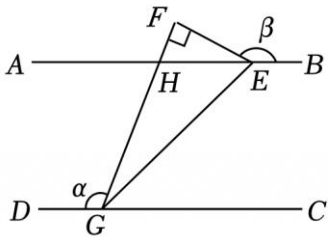


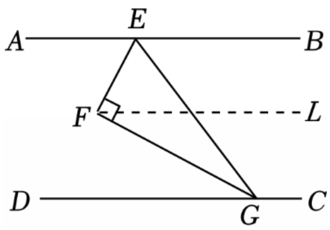
图2

【分析】（1）过点 F 作 $FL\parallel AB$，根据平行线的性质即可解答；

（2）过点 F 作直线 $MN\parallel AB$，根据平行线的性质即可解答；

（3）根据题意得到 $FH'\parallel EG$，$E'F\parallel EG$．分情况讨论：当 $FH'\parallel EG$ 时，延长 FH'交 AB 于点 M；当 $E'F\parallel EG$ 时，设 FE'交 AB 于点 N，根据平行线的性质即可解答．

【解答】解：（1）如图，过点 F 作 $FL\parallel AB$，



$\because AB\parallel CD$，

$\therefore AB\parallel FL\parallel CD$，

$\therefore\angle AEF=\angle EFL$，$\angle BEG=\angle DGE$，$\angle LFG=\angle DGF=25°$，

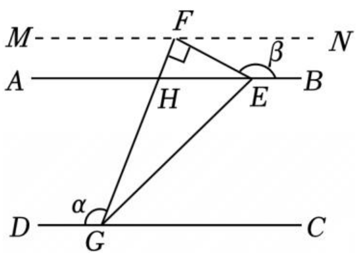
$\therefore\angle EFL=\angle F-\angle LFG=90°-25°=65°$，

$\therefore\angle AEF=65°$，

$\therefore\angle BEG=\angle DGE=\angle EGF+\angle DGF=30°+25°=55°$，

故答案为：65；55；

（2）如图，过点 F 作直线 $MN\parallel AB$，



则$\angle NFE+\angle BEF=180°$，

又$\because\angle BEF=\beta$，

$\therefore\angle NFE=180°-\angle BEF=180°-\beta$，

又$\because AB\parallel CD$，$\therefore MN\parallel CD$，$\therefore\angle MFG+\angle DGF=180°$，

又$\because\angle DGF=\alpha$，

$\therefore\angle MFG=180°-\angle DGF=180°-\alpha$，

$\because\angle MFG+\angle GFE+\angle NFE=180°+\angle GFE=90°$，

$\therefore$（$180°-\alpha$）$+90°+$（$180°-\beta$）$=180°$，即 $\alpha+\beta=270°$．

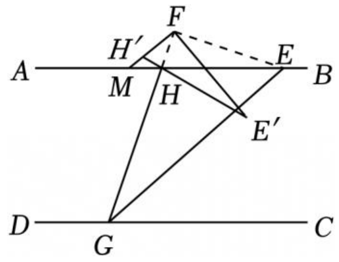
（3）t 的值为 3 或 12 或 21 或 30．

∵△EFH 的两条直角边分别与 GE 平行，

∴FH'∥EG，$E'F$∥EG．

分类讨论如下：

①如图，当 FH'∥EG 时，延长 FH'交 AB 于点 M，



则∠FME＝∠AEG，

又∵∠AEG＝40°，∴∠FME＝40°，

又∵∠FME+∠MFE+∠AEF＝180°，∠AEF＝20°，

∴∠MFE＝180°﹣∠AEF﹣∠FME＝120°，

又∵∠HFE＝90°，

∴∠BFF＝95°，∠MFH＝∠MFE﹣∠HFE＝30°，

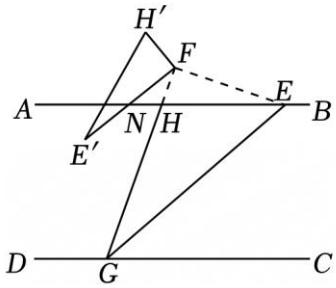
又∵△EFH 绕点 F 以每秒 10°的速度顺时针旋转一周，

∴此时 t＝30°÷10°＝3；

当△EFH 再绕点 F 顺时针旋转 180°时，FH'∥EG，

此时 t＝3+180°÷10°＝21；

②如图，当 $E'F$∥EG 时，设 FE'交 AB 于点 N，



同理得∠NFE＝120°，

∴t＝120°÷10°＝12；

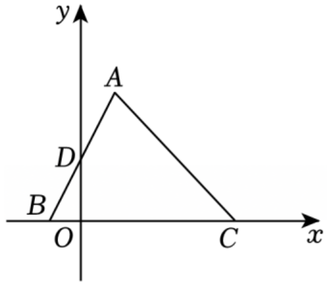
当△EFH 再绕点 F 顺时针旋转 180°时，FE'∥EG，

此时 t＝12+180°÷10°＝30；

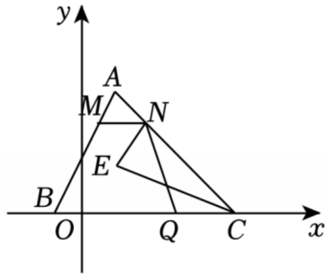
综上，t 的值为 3 或 12 或 21 或 30．

【点评】本题考查平行线的性质，掌握分类讨论的思想方法是解题的关键．

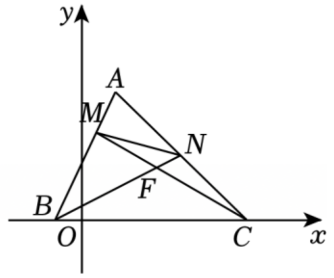
30．如图 1，在平面直角坐标系中，已知点 A（1，n）在第一象限，点 B（b，0）和 C（c，0）在 x 轴上，其中负数 b 的立方根等于它本身，又（n﹣4）^{2}+|c﹣5|＝0．



（图1）



（图2）



（图3）

（1）直接写出点 A，B，C 的坐标；

（2）已知线段 AB 与 y 轴交于点 D（0，2），点 P 为 y 轴正半轴上一点，且满足 $S_{\triangle ABP}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$，请直接写出点 P 的坐标；

（3）点 M 为线段 AB 上一点（不与 A，B 两点重合），点 N 为线段 AC 上一点（不与 A，C 两点重合）.

①如图 2，若 $MN\parallel BC$，点 Q 是线段 BC 上一点，连接 NQ，$\angle MNQ$ 的角平分线和$\angle QCN$ 的角平分线交于点 E，试探究$\angle NEC$ 与$\angle QNC$ 的数量关系并证明；

②如图 3，若 $AM=\frac{1}{3}AB$，$AN=\frac{1}{2}AC$，连接 CM，BN，交于点 F．记$\triangle BMF$ 的面积为 S_1，$\triangle CNF$ 的面积为 S_2，$\triangle AMN$ 的面积为 S_3，已知 $S_1-S_2=nS_3$，求出 n 的值．

【分析】（1）根据 b 的立方根是它本身，求出负数 b，再根据完全平方和绝对值的非负性求出 n 和 c，即可得到三点坐标；

（2）根据割补法用点 P 坐标表示出三角形 ABP 的面积，代入两个三角形面积的关系，求解 P 点坐标即可；

（3）①根据平行线的性质和角平分线的定义以及三角形内角和求解即可；

②根据割补法将 S_1-S_2 转化为$\triangle BCM$ 和$\triangle BCN$ 的面积差，然后根据等高三角形面积之比等于底边之比求解 n 值即可．

【解答】解：（1）∵负数 b 的立方根等于它本身，∴$b=-1$，

∵$(n-4)^2+|c-5|=0$，

∴$n=4$，$c=5$，∴A（1，4），B（－1，0），C（5，0）；

（2）由 A，B，C 坐标可知，$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot y_A=\frac{1}{2}\times[5-(-1)]\times4=12$，

设 P（0，p），则 $DP=|2-p|$，

∴$S_{\triangle ABP}=S_{\triangle ADP}+S_{\triangle BDP}=\frac{1}{2}DP\cdot x_A+\frac{1}{2}DP\cdot|x_B|=\frac{1}{2}|2-p|+\frac{1}{2}|2-p|=|2-p|$，

∵$S_{\triangle ABP}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}$，∴$|2-p|=4$，∴$p=6$ 或－2，

∵P 在 y 轴正半轴上，∴P（0，6）；

（3）①$\frac{1}{2}\angle QNC+\angle NEC=90°$；证明如下：

∵$MN\parallel BC$，∴$\angle MNC+\angle NCB=180°$，

∵EN，EC 为角平分线，∴$\angle ENQ=\frac{1}{2}\angle MNQ$，$\angle ECN=\frac{1}{2}\angle NCB$，

∵$\angle NEC+\angle ENQ+\angle QNC+\angle NCE=180°$，

$\therefore\frac{1}{2}\angle MNQ+\angle QNC+\frac{1}{2}\angle NCB+\angle NEC=180°$，

$\therefore\frac{1}{2}\angle MNC+\frac{1}{2}\angle NCB+\frac{1}{2}\angle QNC+\angle NEC=180°$，$\therefore\frac{1}{2}\angle QNC+\angle NEC=90°$；

②$\because AM=\frac{1}{3}AB$，$AN=\frac{1}{2}AC$，$\therefore BM=2AM$，$AN=NC$，

$\therefore S_{\triangle BMC}=\frac{2}{3}S_{\triangle ABC}=8$，$S_{\triangle BCN}=S_{\triangle ABN}=\frac{1}{2}S_{\triangle ABC}=6$，

$\therefore S_{\triangle AMN}=\frac{1}{3}S_{\triangle ABN}=2$，

$\therefore n=\frac{S_1-S_2}{S_3}=\frac{S_{\triangle BMF}+S_{\triangle BCF}-(S_{\triangle CFN}+S_{\triangle BCF})}{2}=\frac{S_{\triangle BCM}-S_{\triangle BCN}}{2}=\frac{2}{2}=1$.

【点评】本题主要考查了平行线的性质、角平分线的定义、三角形内角和以及坐标与图形性质，根据坐标确定三角形面积是本题解题的关键．

31．【问题背景】

综合与实践活动课上，林老师以“一副三角板和两条平行线”为背景指导同学们开展数学探究活动．

如图 1，已知直线 $AB\parallel CD$，三角板 PQR_1 和三角板 MNR_2 中，$\angle R_1=\angle R_2=90°$，$\angle P=30°$，$\angle Q=60°$，$\angle M=\angle N=45°$．

【探索发现】

（1）如图 2，林老师指导同学们摆放三角板 PQR_1，使得三角形的顶点 P、Q 分别落在直线 AB 和 CD 上，则$\angle BPR_1+\angle DQP=$ __150°__ ．（填写度数）

（2）如图 3，摆放两块三角板，让 PQ 和 MN 分别落在直线 AB，CD 上，且使直角顶点 R_1 与 R_2 重合（以下称为点 R），求$\angle PRN$ 的度数；

【迁移运用】

（3）如图 4，三角板 PQR_1 和三角板 MNR_2 仍按原位置摆放，转动两条平行线，使 AB 与 NR 交于点 E，CD 与 PQ 交于点 F，若$\angle AEN=\alpha$，$\angle CFP=\beta$，请求出 α 和 β 的数量关系；

【拓展创新】

（4）在图 3 的基础上，三角板 PQR_1 和三角板 MNR_2 分别绕点 R 旋转，设运动时间为 t 秒（$t>0$）．

①三角板 PQR_1 绕点 R 顺时针每秒 5°旋转半周（即 $0<t\leq36$），存在三角板 PQR_1 的一条边与直线 AB 平行，请直接写符合条件的 t 值；

②在①的条件下，三角板 MNR_2 绕点 R 逆时针每秒 10°旋转一周（即 $0<t\leq36$），两块三角板同时开始旋转并同时结束．在旋转过程中，存在射线 RN、RQ、RP，其中一条射线平分另外两条射线所组成的角，请直接写符合条件的 t 值．

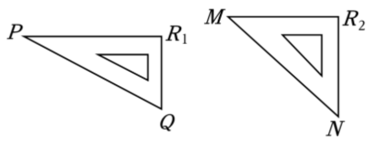


图1

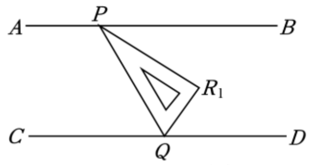


图2

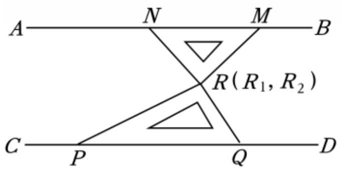


图3

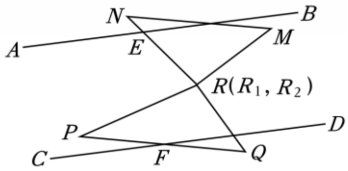


图4

【分析】（1）根据平行线的性质求解即可；

（2）如图，过点 R 作 $RF\parallel AB$，得到 $CD\parallel AB\parallel FR$，然后由平行线的性质得到$\angle MNR=\angle NRF=45°$，$\angle FRP=\angle RPQ=30°$，进而求解即可；

（3）由 $CD\parallel AB$，得到$\angle AEN=\angle CHR=\alpha$，然后利用三角形外角的性质求解即可；

（4）①根据题意分情况讨论，当 RP 旋转至 RP'时，当 RQ 旋转至 RQ'时，分别根据平行线的性质求解即可；

②根据题意分情况讨论，然后根据题意列方程求解即可．

【解答】解：（1）$\because CD\parallel AB$，

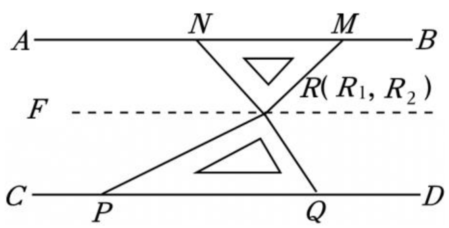
$\therefore\angle DQP+\angle QPR_1+\angle BPR_1=180°$，

$\because\angle QPR_1=30°$，

$\therefore\angle DQP+\angle BPR_1=180°-\angle QPR_1=150°$，

故答案为：150°；

（2）如图，过点 R 作 $RF\parallel AB$，



$\because CD\parallel AB$，$\therefore CD\parallel AB\parallel FR$，

$\therefore\angle MNR=\angle NRF$，$\angle FRP=\angle RPQ$，

$\because\angle MNR=45°$，$\angle RPQ=30°$，

$\therefore\angle MNR=\angle NRF=45°$，$\angle FRP=\angle RPQ=30°$，

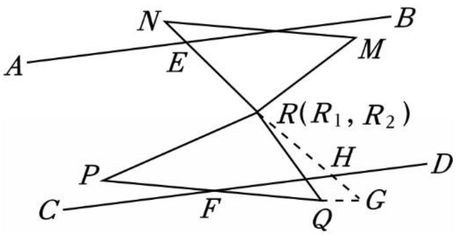
$\therefore\angle PRN=\angle PRF+\angle NRF=75°$；

（3）如图，延长 NR，PQ 于 G，NG 交 CD 于 H，

$\because CD\parallel AB$，

$\therefore\angle AEN=\angle CHR=\alpha$，

由题意得 $MN\parallel PQ$，$\angle MNR=45°$，$\angle CFP=\beta$，



$\therefore\angle HGF=\angle MNR=45°$，

$\because\angle CHR$ 是$\triangle FGH$ 的外角，

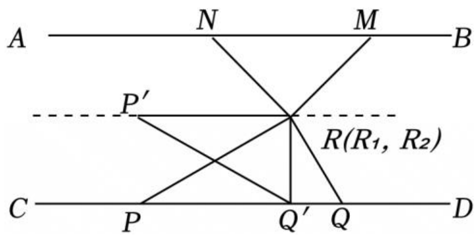
$\therefore\angle CHR=\angle HGF+\angle HFG$，

$\because\angle CFP=\angle HFG$，

$\therefore\angle CHR=\angle HGF+\angle CFP$，$\therefore\alpha=45°+\beta$；

（4）①a、如图，当 RP 旋转至 RP'时，$RP\parallel AB$，旋转角$\angle PRP'=30°$，

$\therefore t=\dfrac{30°}{5}=6$（秒）；



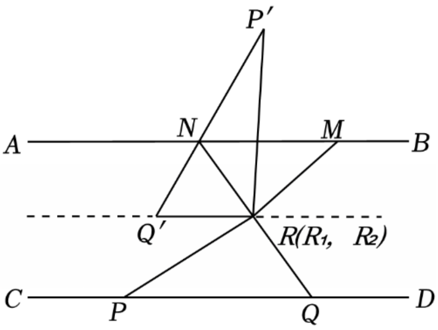
b、如图，当 RQ 旋转至 RQ'时，$RQ\parallel AB$，旋转角$\angle QRQ'=120°$，

$\therefore t=\dfrac{120°}{5}=24$（秒）；

当 $PQ\parallel AB$ 时，此时正好旋转了半周，

$\therefore t=180°\div5=36$（秒），

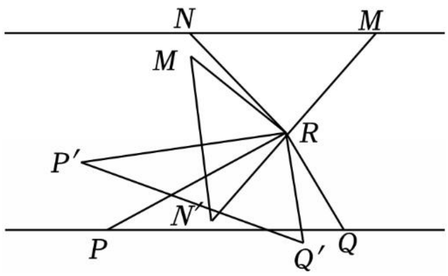
$\therefore$符合条件的 t 值为 6 秒或 24 秒或 36 秒；



②a、如图，当三角板 RMN 旋转到$\triangle RM'N'$的位置，三角板 QRP 旋转到$\Delta Q'RP'$的位置时，

则$\angle QRQ'=\angle PRP'=5t$，$\angle NRP=75°$，$\angle NRN'=10t$，$\angle QRP=90°$，$\angle PRN'=\angle NRN'-\angle NRP=10t-75°$，

$\therefore\angle Q'RN'=\angle QRP-\angle QRQ'-\angle PRN'=90°-5t-(10t-75°)=165°-15t$，$\angle P'RN'=\angle PRP'+PRN'=5t+(10t-75°)=15t-75°$，



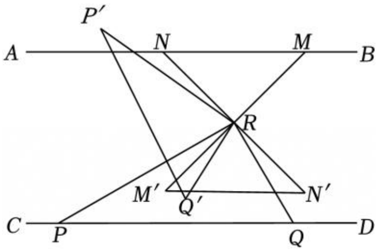
$\because RN'$平分$\angle P'RQ'$，

$\therefore\angle Q'RN'=\angle P'RN$，

$\therefore165°-15t=15t-75°$，

解得 $t=8$（秒），$\therefore$符合条件的 t 值为 8 秒．

b、如图，当三角板 RMN 旋转到$\triangle RM'N'$的位置，三角板 QRP 旋转到 $\Delta Q'RP'$的位置时，



则$\angle QRQ'=5t$，$\angle NRP=75°$，$\angle NRN'=10t$，$\angle NRP=75°$，$\angle QRP=90°$，$\angle PRN'=\angle NRN'-\angle NRP=10t-75°$，

∵∠PRN'＝∠QRP+∠QRN'，

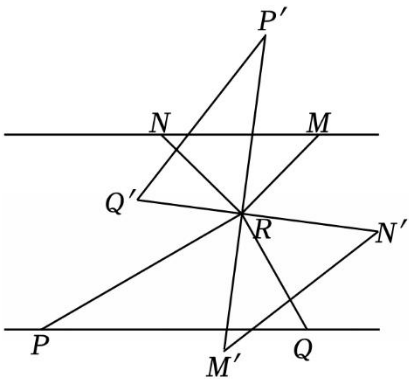
∴∠QRN'＝∠PRN' - ∠QRP＝10t - 75° - 90°＝10t - 165°，

∴∠Q'RN'＝∠QRQ'+∠QRN'＝5t+（10t - 165°）＝15t - 165°，∠P'RQ'＝90°，

∵RQ'平分∠P'RN'，∴∠Q'RN'＝∠P'RN'，∴10t - 165°＝90°，

解得 t＝17（秒），∴符合条件的 t 值为 17 秒．

c、如图，当三角板 RMN 旋转到 ΔRM'N'的位置，三角板 QRP 旋转到 ΔQ'RP'的位置时，



则∠QRQ'＝5t，∠QRP＝90°，∠NRN'＝360° - 10t，∠QRP'＝90°，

∴∠PRQ'＝∠QRQ' - ∠QRP＝5t - 90°，

∵RP'平分∠Q'RN'，

∴∠Q'RP'＝∠P'RN'＝90°，

∴∠P'RN＝∠NRN′ - ∠P′RN′＝360° - 10t - 90°＝270° - 10t，

∴∠Q'RN＝∠P'RQ' - ∠P'RN'＝90° - （270° - 10t）＝10t - 180°，

∵∠PRQ'+∠Q'RN＝∠NRP＝75°，

∴（5t - 90°）+（10t - 180°）＝75°，解得 t＝23（秒），∴符合条件的 t 值为 23 秒．

综上所述，符合条件的 t 值为 8 秒或 17 秒或 23 秒．

【点评】此题考查了平行线的性质，三角板中的角度问题，三角形外角的性质，一元一次方程的应用等知识，解题的关键是掌握分类讨论的思想方法．

32.【材料阅读】已知$\begin{cases}x=-1\\y=-2\end{cases}$，$\begin{cases}x=0\\y=-1\end{cases}$，$\begin{cases}x=1\\y=0\end{cases}$，$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$是一次方程 x - y＝1 的解．探究发现：如果我们将方程 x - y＝1 的解看成一组有序数对，那么以这些有序数对为坐标的点落在平面直角坐标系中的同一条直线上，如图 1 所示，同时这条直线上的点的坐标都是该方程的解．我们把这条直线称为该方程的图象．

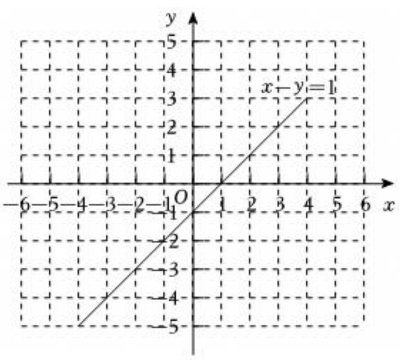


图1

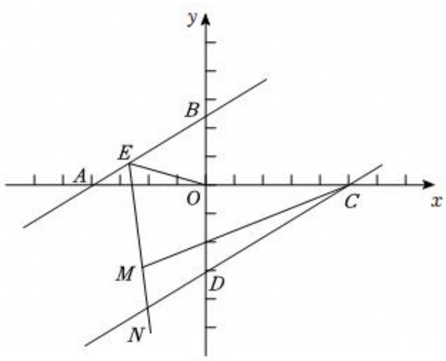


图2

【问题探究】

（1）已知 A（1，1）、B（﹣1，﹣1），则点 $\underline{B}$ （填“A”或“B”）在方程 $2x-y=-1$ 的图象上；

（2）请你在图 1 所给的平面直角坐标系中画出二元一次方程 $2x-y=-1$ 的图象．观察图象，两条直线的交点坐标为 ＿（﹣2，﹣3）＿ ，由此得出二元一次方程组$\begin{cases}x-y=1\\2x-y=-1\end{cases}$的解是 ＿$\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$＿ ；

【拓展延伸】

（3）如图 2 所示，直线 AB、CD 分别是两个方程的图象，它们相互平行，点 B 在 y 轴正半轴上，且∠OAB＝30°，在线段 AB 上任取一点 E，连接 OE．EN 平分∠AEO，交直线 CD 于点 N，M 是线段 EN 上一点，且满足∠NCM= $\frac{1}{2}$∠ACM．

①填空：∠EOC＝∠AEO+＿30＿°，∠EMC＝∠AEM+＿10＿°；

②在①的条件下，请写出∠EMC 和∠EOC 之间的数量关系，并说明理由．

【分析】（1）把点 A（1，1）、B（﹣1，﹣1）分别代入方程检验即可；

（2）利用描点法作出方程 $2x-y=-1$ 的图象，根据图象写出交点坐标，从而得出方程组的解即可；

（3）①由三角形外角性质可得∠EOC＝∠AEO+∠OAB＝∠AEO+30°，∠EMC＝∠CNM+∠NCM＝∠AEM+10°；

②由角平分线定义得$\angle AEM=\frac{1}{2}\angle AEO$，又由①得，∠$EMC$＝∠$AEM$+10°，则∠$AEO$＝2∠$EMC$﹣20°，又由①得，∠$EOC$＝∠$AEO$+30°，即可得出结论．

【解答】解：（1）已知 A（1，1）、B（﹣1，﹣1），

把点 A 的坐标代入方程 $2x-y=-1$ 的左边得：2×1﹣1＝1≠﹣1，即左边≠右边，

故点 A（1，1）不在方程 $2x-y=-1$ 的图象上；

把点 B 的坐标代入方程 $2x-y=-1$ 的左边得：2×﹣1﹣（﹣1）＝﹣1＝右边，

故点 B 在方程 $2x-y=-1$ 的图象上；

故答案为：B；

（2）二元一次方程 $2x-y=-1$ 的图象，如图 1 即为所求；

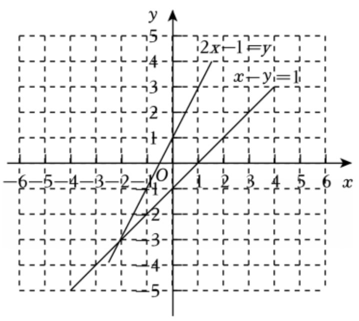


图1

两条直线的交点坐标为（﹣2，﹣3），

∴二元一次方程组$\begin{cases}x-y=1\\2x-y=-1\end{cases}$的解是$\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$；

故答案为：（﹣2，﹣3），$\begin{cases}x=-2\\y=-3\end{cases}$；

（3）①$\angle EOC=\angle AEO+\angle OAB=\angle AEO+30°$，

∵$AB\parallel CD$，∴$\angle ACD=\angle OAB=30°$，$\angle AEM=\angle CNM$，

∵$\angle NCM=\frac{1}{2}\angle ACM$，∴$\angle NCM=10°$，

∴$\angle EMC=\angle CNM+\angle NCM=\angle AEM+10°$．故答案为：30；10；

②$\angle EOC=2\angle EMC+10°$；理由如下：

∵EM 平分$\angle AEO$，∴$\angle AEM=\frac{1}{2}\angle AEO$，

由①得，$\angle EMC=\angle AEM+10°$，

∴$\angle EMC=\frac{1}{2}\angle AEO+10°$，

∴$2\angle EMC=\angle AEO+20°$，∴$\angle AEO=2\angle EMC-20°$，

又由①得，$\angle EOC=\angle AEO+30°$，∴$\angle EOC=2\angle EMC+10°$．

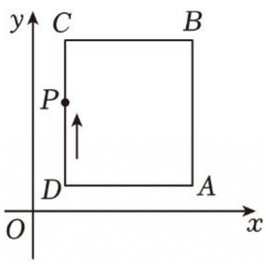
【点评】本题属于一次函数综合题，主要考查图象上点的坐标特征，直线与方程（组）的联系，描点法作图象，平行线的性质，三角形外角的性质．熟练掌握两直线的交点坐标就是对应方程组的解是解题的关键．

33．如图，在正方形 $ABCD$ 中，点 A 的坐标为（7，1），点 C 的坐标为（1，7），点 D 的坐标为（1，1），点 B 在第一象限．点 P 以每秒 2 个单位长度的速度沿着 $D-C-B-A-D$ 的路线移动，设点 P 的移动时间为 t 秒．

（1）点 B 的坐标为<u>　（7，7）　</u>．

（2）当点 P 到 x 轴的距离为 5 个单位长度时，求 t 的值．

（3）连接 DB，PB，DP，在点 P 移动过程中，当 $S_{\triangle DPB}=12$ 时，求 t 的值．



【分析】（1）根据图形求解即可；

（2）分两种情形：点 P 在 CD 或 AB 上分别求解即可；

（3）分四种情形：当点 P 在线段 CD 上时，当点 P 在 CB 上时，当点 P 在 AB 上时，当点 P 在 AD 上时，根据 $S_{\triangle DPB}=12$，构建方程求解即可．

【解答】解：（1）在正方形 $ABCD$ 中，点 A 的坐标为（7，1），点 C 的坐标为（1，7），点 D 的坐标为（1，1），点 B 在第一象限，

$\therefore CD=7-1=6$，$AD=7-1=6$，

$\therefore AD=CB=CD=AB=6$，$AD\parallel CB$，$CD\parallel AB$，

$\therefore B$（7，7），故答案为：（7，7）；

（2）当点 P 在线段 CD 上，

$\because$点 P 到 x 轴的距离为 5 个单位长度，

$\therefore DP=5-1=4$，$\therefore t=\frac{4}{2}=2$；

当点 P 在线段 AB 上时，则点 P 的运动路程为：$6+6+7-5=14$，$\therefore t=\frac{14}{2}=7$；

综上所述，满足条件的 t 的值为 $t=2$ 或 $t=7$；

（3）当点 P 在线段 CD 上时，如图 1，

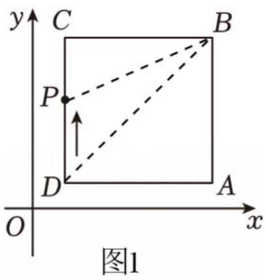


图1

$\because S_{\triangle DPB}=12$，$\therefore \frac{1}{2}DP\cdot 6=\frac{1}{2}\times 2t\times 6=12$，$\therefore t=2$；

当点 P 在 CB 上时，如图 2，

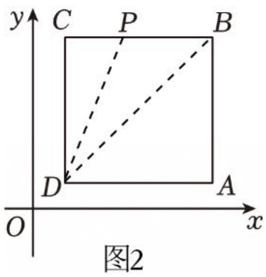


图2

$\because S_{\triangle DPB}=12$，$\therefore \frac{1}{2}(12-2t)\times 6=12$，$\therefore t=4$；

当点 P 在 AB 上时，如图 3，

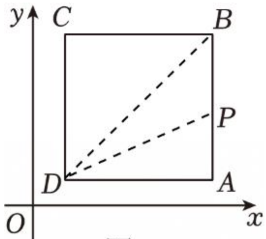


图3

∵$S_{\triangle DPQ}=12$，∴$\frac{1}{2}(2t-12)\times 6=12$，∴$t=8$；

当点 P 在 AD 上时，如图 4，

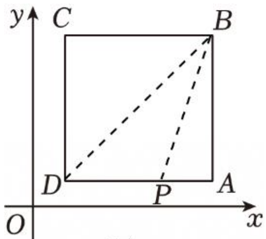


图4

∵$S_{\triangle DPQ}=12$，∴$\frac{1}{2}(24-2t)\times 6=12$，∴$t=10$，

综上所述，$t=2$ 或 $t=4$ 或 $t=8$ 或 $t=10$.

【点评】本题属于四边形综合题，主要考查了一元一次方程的应用，坐标与图形，运用分类讨论思想解答是解题的关键.